

**Programa școlară
pentru disciplina**

Matematică

trunchi comun și curriculum de specialitate (TC+CS)

***pentru filiera vocațională, profilul militar, specializarea
matematică-informatică militară***

clasele a IX-a – a XII-a

- învățământ liceal -

**TABEL CENTRALIZATOR AL PROGRAMELOR ȘCOLARE DE MATEMATICĂ
(TC/TC+CS/CS)**

Nr. crt.	Filiera	Profilul	Domeniul/ Specializarea/Calificarea	Clasele	Tip de programă TC+CS/ TC/CS	Numele disciplinei din CS, cu rubrică proprie în catalog
1.	Teoretică	Umanist	Toate specializările	IX-X	TC	-
	Tehnologică	Toate profilurile	Toate calificările			-
	Vocațională	Artistic	Toate specializările			-
		Pedagogic	Toate specializările			-
		Sportiv	Toate specializările			-
		Teologic	Toate specializările			-
2.	Teoretică	Real	Matematică-informatică	IX-XII	TC+CS	-
3.	Teoretică	Real	Științe ale naturii	IX-XII	TC+CS	-
4.	Vocațională	Militar	Matematică-informatică militară	IX-XII	TC+CS	
5.	Tehnologică	Tehnic	Toate calificările	XI-XII	CS	-
6.	Tehnologică	Resurse naturale și protecția mediului	Toate calificările	XI-XII	CS	-
7.	Tehnologică	Servicii	Domeniul Economic, toate calificările	XI-XII	CS	-
8.	Tehnologică	Servicii	Toate calificările, cu excepția celor ale domeniului Economic	XI-XII	CS	-
9.	Teoretică	Umanist	Științe sociale	XI-XII	CS	Matematică aplicată în științele sociale
10.	Vocațională	Pedagogic	Pedagogia învățământului primar	XI-XII	CS	Aritmetică
11.	Vocațională	Artistic	Arhitectură, arte ambientale și design	IX-XII	CS	Geometrie descriptivă și perspectivă
12.	Vocațională	Artistic	Arhitectură, arte ambientale și design	IX-XII	CS	Matematică aplicată în arhitectură

Anexa nr. X.4. Programa școlară pentru disciplina *Matematică – TC + CS*

- *Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică militară*

NOTĂ DE PREZENTARE

1. Statutul disciplinei și alocarea orară

Prezenta programă școlară completează curriculumul pentru disciplina *Matematică*, cu aplicare pentru clasele din învățământul liceal, *filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică militară*, forma cu frecvență zi, începând cu anul școlar 2026-2027. Pentru această categorie de clase, conform planurilor-cadru pentru învățământul liceal, forma cu frecvență zi, aprobate ca anexe la OMEC nr. 4350/2025, studiul disciplinei are următoarea alocare orară săptămânală, defalcată pe segmentul *trunchi comun* (TC), respectiv pe segmentul *curriculum de specialitate* (CS):

An de studiu	Clasa a IX-a		Clasa a X-a		Clasa a XI-a		Clasa a XII-a	
Tip segment curricular	TC	CS	TC	CS	TC	CS	TC	CS
Nr. săptămânal de ore	2	2	2	2	-	4	-	4

Aplicarea prezentei programe se realizează progresiv, începând cu anul școlar 2026-2027.

Programa școlară pentru disciplina *Matematică_TC+CS_matematică-informatică-militară*, este concepută ca un parcurs coerent și relevant pentru elevii care se pregătesc într-un mediu educațional cu cerințe specifice. Matematica rămâne o componentă esențială a formării culturii generale, dar are și valoare aplicativă directă în instruirea militară, în procese de analiză, estimare și decizie în situații cu grade ridicate de complexitate.

Studiul matematicii nu este un scop în sine, ci un demers necesar pentru înțelegerea structurilor, relațiilor, variației și incertitudinii. Multe activități militare – orientarea în teren, interpretarea datelor operaționale, optimizarea resurselor – sunt posibile și eficiente datorită utilizării ideilor și metodelor matematice. De aceea, matematica este tratată, la specializarea matematică-informatică militară, atât ca limbaj al situațiilor reale, cât și ca suport al gândirii strategice.

Programa promovează învățarea atât dinspre situații concrete spre concepte, cât și dinspre modele matematice spre aplicarea lor în contexte autentice. Obiectivul este formarea unei gândiri riguroase, capabile să analizeze, să explice și să verifice plauzibilitatea unui rezultat, să emită judecăți de valoare și predicții responsabile în situații cu multiple implicații. Elevii sunt încurajați să utilizeze reprezentări variate și să transfere cunoștințele între diferite tipuri de situații, inclusiv în scenarii militare simulate.

Reprezentarea corectă a conceptelor, argumentarea logică și modelarea unor situații relevante contribuie la dezvoltarea unei perspective unitare asupra matematicii ca instrument de orientare, evaluare și anticipare. Prin aceste experiențe de învățare, elevul își dezvoltă capacitatea de a calcula corect, de a interpreta date și de a utiliza raționamente solide în contexte variate, pregătindu-se pentru aplicarea lor ulterioară în activitatea militară.

2. Cadrul legislativ

Elaborarea prezentei programe școlare este bazată pe documentele fundamentale care definesc viziunea și structura Curriculumului Național. Programa este construită în conformitate cu:

- Legea învățământului preuniversitar nr. 198/2023, cu modificările și completările ulterioare;
- Planurile-cadru pentru învățământul liceal – filiera vocațională, profil militar – aprobate prin OMEC nr. 4350/2025;
- Profilul de formare al absolventului, aprobat prin OME nr. 6731/2023;
- Recomandarea Consiliului UE privind competențele-cheie pentru învățarea pe tot parcursul vieții, 2018;
- Planul de acțiune al Consiliului UE privind competențele de bază, 2025.

Programa școlară asigură integrarea unor teme transversale prevăzute de Legea învățământului preuniversitar nr. 198/2023, susținând dezvoltarea competențelor elevilor în domenii precum: educația pentru mediu, educația pentru sănătate, educația financiară, gândirea critică (detectarea erorilor logice), securitate cibernetică (utilizarea avizată și responsabilă a instrumentelor digitale și a asistenței IA) și contribuind astfel la înțelegerea contextelor socio-economice și a dinamicii acestora (modelarea creșterii/descrășterii, interpretarea statistică a datelor etc.)

3. Continuitate și progresie curriculară - de la gimnaziu la liceul militar

Studiul matematicii la clasele de liceu, filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică militară, se construiește firesc pe baza competențelor formate/dezvoltate în învățământul gimnazial, elevii exersând concepte, metode și abordări fundamentale din aritmetică, algebră, geometrie, organizarea datelor și probabilități. La nivel liceal, aceste repere sunt dezvoltate într-un cadru conceptual mai amplu, în care accentul se deplasează treptat de la aplicarea la utilizarea matematicii pentru modelarea și interpretarea unor situații reale, inclusiv a celor relevante în contexte militare.

Noțiunile geometrice, relațiile metrice din triunghi, funcțiile trigonometrice și tehnicile de reprezentare în plan se regăsesc în situații autentice, în care elevii pot fi invitați să analizeze probleme precum determinarea poziției unui punct necunoscut prin triangulație optică sau optimizarea amplasării unor puncte de control pentru supravegherea unei zone. Astfel de activități pot ilustra modul în care achizițiile de la gimnaziu pot fi valorificate într-un cadru aplicativ ce stimulează gândirea critică și capacitatea de a corela concepte matematice cu situații din realitate.

Introducerea numerelor complexe, în special în forma lor trigonometrică, creează premise pentru a descrie, transformări, orientări și mișcări în plan. În exemplele de activități de învățare inspirate din scenarii simulate, elevii pot utiliza această reprezentare pentru a urmări trasee sau a interpreta deplasări – ca un exemplu al modului în care conceptele abstracte pot dobândi relevanță aplicativă.

În mod similar, algebra superioară și studiul șirurilor oferă oportunități pentru a aborda procese cu evoluție regulată, precum modelarea cantităților de resurse sau analizarea ritmului de aprovizionare și de consum într-un sistem militar. Aceste contexte permit elevilor să observe modul în care structurile matematice cunoscute din gimnaziu pot deveni instrumente de anticipare, evaluare și interpretare în scenarii variate.

Studiul conicelor poate fi valorificat în contexte aplicative specifice, precum analiza funcționării unor sisteme militare de localizare. În astfel de situații, elevii pot fi puși în fața sarcinii de a identifica tipul de conică generat de diferențele de distanță sau de timp (elipsă, hiperbolă, parabolă), pentru a interpreta corect poziția unui obiect sau traseul unui semnal. Această competență tehnică ilustrează modul în care structurile matematice avansate se regăsesc în modele operaționale reale.

Progresia curriculară în liceul militar urmărește consolidarea și extinderea competențelor formate anterior, oferind elevilor ocazia de a utiliza matematica în contexte variate, autentice sau în situații specifice. Exemplele de activități de învățare au rol ilustrativ și demonstrează potențialul formativ al matematicii, susținând o viziune integrată în care elevul învață să analizeze, să modeleze și să ia decizii informate, în concordanță cu nivelul său de formare și cu obiectivele profilului militar.

4. Repere reflexive și intradisciplinaritate. Puntea spre interdisciplinaritate

Programa școlară pentru *Matematică_TC+CS_matematică-informatică militară* se sprijină pe o rețea intradisciplinară de idei fundamentale, care se susțin reciproc și structurează parcursul de învățare la un nivel avansat, cu deschidere către domeniile STEM:

- **număr și calcul** – instrumente pentru estimare, control al plauzibilității, analiză numerică și pregătirea utilizării metodelor de calcul în contexte aplicative;
- **structură și relații** (logică matematică, mulțimi, relații, funcții, structuri algebrice elementare) – limbajul formal necesar pentru descrierea și compararea obiectelor, construirea modelării și argumentării riguroase;
- **reprezentări multiple** (numerice, grafice, geometrice, algebrice, funcționale, algoritmice) – exersarea transferului între moduri de reprezentare, esențială pentru analiza variației și pentru interpretarea modelelor matematice complexe;
- **spațiu și formă** (măsurare, reprezentări în coordonate carteziane sau în planul complex) – înțelegerea relațiilor spațiale, a măsurărilor directe și indirecte, determinarea ariilor și volumelor;
- **variație și schimbare** (funcții, pante, rate de schimbare, calcul diferențial și integral) – descrierea dependențelor între mărimi, interpretarea variației locale și globale, optimizare, modelarea proceselor continue și analiza evoluțiilor în timp;

- **incertitudine și variabilitate** (statistică, probabilități) – repere pentru analizarea datelor, estimări, interpretarea distribuțiilor și luarea unor decizii fundamentate pe date;
- **educație financiară și modele economice elementare** – suport matematic pentru deciziile personale și pentru interpretarea situațiilor economice, incluzând rate de dobândă, optimizări și estimări pe baza variației și acumulării.

Demersul matematic dezvoltat în cadrul filierei vocaționale, profilul militar, specializarea matematică-informatică militară se sprijină pe o serie de repere reflexive esențiale: analizarea situației, structurarea informației, validarea argumentelor și evaluarea corectitudinii soluțiilor. Matematica devine astfel un spațiu de antrenare a gândirii critice, iar elevul învață să formuleze și să verifice ipoteze, să identifice premise implicite și să construiască raționamente coerente, transferabile în contexte reale, inclusiv în cele specifice activității militare.

Intradisciplinaritatea este susținută prin conectarea conceptelor din diferite ramuri ale matematicii – algebră, geometrie, trigonometrie, analiză, organizarea datelor și probabilități – într-o rețea coerentă de idei. Elevul învață să lege proprietățile funcțiilor de reprezentările lor grafice, relațiile trigonometrice de mișcările din viața reală, analizarea datelor statistice de procesele de decizie. Această circulație internă între concepte permite dezvoltarea unei perspective matematice solide, în care fiecare idee este înțeleasă și prin prisma altor structuri conceptuale.

Puntea spre interdisciplinaritate se construiește prin integrarea matematicii în contexte diverse: fizică (mișcare, forțe, traiectorii), geografie militară (hărți, coordonate, distribuție spațială), TIC (prelucrarea datelor, algoritmi), instruire militară (optimizarea resurselor, estimări operaționale), informatică (structuri logice, gândire computațională, algoritmică) etc. Elevul învață să stabilească legături între fenomene și reprezentările lor matematice, explorând modul în care o idee abstractă poate deveni instrument de înțelegere într-o altă disciplină.

Un aspect important în acest proces îl reprezintă lectura critică a informației matematice și a reprezentărilor sale grafice, simbolice sau textuale. Elevii sunt ghidați să analizeze grafice, diagrame, tabele sau argumente scrise, identificând informațiile relevante, contradicțiile, exagerările sau presupunerile nejustificate. Această abilitate, esențială în matematică, are o relevanță deosebită în profilul militar, unde interpretarea rapidă și corectă a datelor este crucială.

Coerența interdisciplinară este susținută de utilizarea unor strategii comune în mai multe discipline: formularea întrebărilor de clarificare, compararea surselor, verificarea consecvenței datelor, analizarea variantelor posibile, evaluarea riscurilor. Elevul învață să aplice aceleași principii de organizare logică atât în matematică, cât și în informatică, fizică, instruire militară sau geografie, consolidând o gândire unitară, structurată.

În plus, reperele reflexive includ evaluarea plauzibilității rezultatelor, analizarea sensibilității datelor și verificarea concordanței dintre model și realitate. Elevii sunt încurajați să reflecteze la limitele modelelor matematice, la ipotezele implicite și la diferențele dintre o situație idealizată și una reală. Această distanță critică între model și fenomen este fundamentală în formarea unui viitor militar, care trebuie să interpreteze date incomplete, să anticipeze situații și să ia decizii în timp scurt.

Prin aceste repere, matematica devine un cadru de dezvoltare a unei gândiri riguroase, coerente și reflexive, care susține atât progresul intradisciplinar, cât și integrarea firească în alte domenii. Elevul învață nu doar să rezolve probleme, ci să gândească în termeni matematici, să analizeze structuri, să recunoască tipare și să utilizeze aceste competențe în contexte variate, inclusiv în formarea sa militară.

5. Lectura programei școlare în vederea transpunerii în procesul de predare-învățare-evaluare

Programa școlară *Matematică_TC+CS_matematică-informatică militară* este calibrată pentru bugetul de patru ore/săptămână la fiecare dintre clasele a IX-a, a X-a, a XI-a și cinci ore/săptămână la clasa a XII-a, asigurând o rezervă de 25% din timpul alocat disciplinei, la dispoziția cadrului didactic pentru activități de recuperare, consolidare sau de progres.

Structura programei școlare include, pe lângă *Nota de prezentare*, următoarele elemente:

- Competențe generale
- Competențe specifice și exemple de activități de învățare
- Conținuturi
- Sugestii metodologice

Competențele generale vizate la nivelul disciplinei *Matematică* integrează achizițiile de cunoaștere și de comportament așteptate. Acestea sunt comune programelor școlare de matematică pentru gimnaziu și pentru liceu, subliniind orientarea generală a procesului educațional la matematică.

Competențele specifice sunt competențe derivate din competențele generale și reprezintă etape măsurabile în formarea și dezvoltarea acestora.

Pentru formarea și dezvoltarea competențelor specifice, în programă sunt propuse *exemple de activități de învățare*, care valorifică experiența concretă a elevului și care definesc contexte de învățare variate. Exemplele de activități de învățare reflectă și valorifică elemente specifice domeniului cunoașterii științifice: observare, experiment, modelare, argumentare logică, analiză comparativă, formulare de concluzii etc.

Programa școlară *Matematică_TC+CS_matematică-informatică militară* propune exemple de activități de învățare, pe care profesorul poate să le modifice, să le completeze sau să le înlocuiască cu altele adecvate clasei de elevi. Devine astfel posibil să se realizeze un demers didactic personalizat, care să asigure formarea/dezvoltarea competențelor prevăzute de programă, în contextul specific al fiecărei clase de elevi. Se propun raționamente și strategii care să consolideze exprimarea și argumentarea matematică, evitând formalismul excesiv.

Conținuturile reprezintă decupaje didactice ale unor domenii ale matematicii, relevante pentru descrierea lumii înconjurătoare, structurate și abordate în această programă astfel încât să fie accesibile elevilor. Ele sunt mijloace informaționale adecvate formării și dezvoltării competențelor specifice. Conținuturile sunt selectate pe baza principiului continuității și al coerenței și sunt interconectate, astfel încât, după parcurgerea lor integrală, elevul să fie capabil să realizeze conexiuni între idei, texte cu conținut matematic, reprezentări vizuale și formule, în scopul rezolvării unor probleme diverse, de natură teoretică sau practic-aplicativă.

Sugestiile metodologice reprezintă o componentă a programei școlare care propune modalități și mijloace pentru realizarea demersului didactic, punând accent pe învățarea bazată pe investigare, argumentare și validare, în vederea dezvoltării gândirii critice și a autonomiei intelectuale.

Astfel, programa școlară *Matematică_TC+CS_matematică-informatică militară* oferă un cadru clar de utilizare: competențele generale stabilesc direcția de învățare; competențele specifice, ordonate pe ani de studiu, precizează pașii de progres; domeniile de conținut indică *terenul* pe care aceste competențe sunt exersate; exemplele de activități de învățare arată cum se poate genera învățarea, iar asocierea standardelor naționale de evaluare cu programa școlară de matematică asigură calibrarea și comparabilitatea rezultatelor așteptate.

Programa recomandă, cu caracter imperativ, utilizarea instrumentelor digitale, precum și folosirea unui asistent de tip inteligență artificială (IA) pentru explorare și verificare, cu condiția ca elevul să realizeze validarea critică a soluției propuse și să poată explica limitele acesteia.

În consecință, prin intermediul programei școlare *Matematică_TC+CS_matematică-informatică militară*, li se oferă elevilor care urmează profilul real, specializarea matematică-informatică militară, oportunitatea formării unui set de deprinderi durabile, necesare în domeniile avansate ale științei și tehnologiei: reprezentarea corectă și eficientă a situațiilor, utilizarea conștientă a conceptelor fundamentale, analizarea și argumentarea riguroasă, modelarea în contexte autentice și verificarea coerentă a rezultatelor. Aceste deprinderi susțin învățarea autonomă, capacitatea de investigare și adaptarea flexibilă la probleme noi, consolidând atribute esențiale ale absolventului de profil: reflexivitate (prin controlul plauzibilității și evaluarea critică a soluțiilor), responsabilitate (prin decizia informată și contextualizată), comunicare riguroasă (prin argumentarea clară și structurată a demersului matematic și a soluțiilor obținute), capacitate de analiză și sinteză (prin extragerea caracteristicilor și modelarea matematică a unei situații date și prin integrarea achizițiilor din diferite domenii), ceea ce asigură relevanța în formarea competențelor necesare integrării în societate.

COMPETENȚE GENERALE (CG)

CG.1	Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
CG.2	Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
CG.3	Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
CG.4	Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
CG.5	Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
CG.6	Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

**COMPETENȚE SPECIFICE (CS)
ȘI
EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE**

CG.1 - Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

IX.CS.1.1. Identificarea propozițiilor elementare din care este alcătuit un enunț matematic
- Identificarea propozițiilor simple care formează un enunț dat - Precizarea valorii de adevăr a propozițiilor simple dintr-un enunț dat - Identificarea conjuncției sau a disjuncției (și ori sau) a două propoziții dintr-un enunț dat
IX.CS.1.2. Identificarea elementelor specifice șirurilor/progresiilor în contexte variate
- Identificarea rației și a unui termen al unei progresii aritmetice sau geometrice, pornind de la enumerarea unui număr de termeni, în contexte uzuale (de exemplu, economisirea banilor, planificarea unui abonament lunar, creșterea consumului de apă, distanțele parcurse zilnic etc.) - Scrierea termenului general al unei serii de date (șir definit descriptiv) în contexte aplicative din viața cotidiană (de exemplu, dobândă simplă/dobândă compusă, prețuri, dinamica populației evoluția performanței sportive, costul în timp al unui abonament, planificarea orelor de studiu etc.) - Identificarea unor formule de recurență pe bază de raționamente de tip inductiv
IX.CS.1.3. Identificarea unor relații de tip dependență funcțională între variabile sau entități, pentru a evidenția elemente ale funcțiilor
- Identificarea unor puncte semnificative de pe graficul unei funcții - Recunoașterea semnificației coordonatelor punctelor de intersecție cu axele de coordonate în contexte practice (de exemplu, traiectoria unei mingi de baschet aruncate, numărul de vizualizări pe o platformă în funcție de timp etc.) - Identificarea domeniului de definiție și a imaginii unei funcții pe reprezentări grafice date, explicând rolul acestora în contexte practice (de exemplu, costul cumpărăturilor în funcție de produse, numărul de vizualizări ale unui videoclip în funcție de timp, temperatura unui lichid în funcție de timp într-un experiment etc.)
IX.CS.1.4. Identificarea pe cercul trigonometric a punctelor asociate unor numere reale
- Recunoașterea, pe cercul trigonometric, a unor măsuri în grade și în radiani - Identificarea legăturilor între coordonatele unghiulare, coordonatele metrice și coordonatele carteziene pe cercul trigonometric - Precizarea cadranelor în care sunt situate punctele asociate unor numere reale date din intervalul $[0, 2\pi]$
IX.CS.1.5. Identificarea elementelor necesare pentru calcularea unor măsuri (lungimi de segmente, unghiuri, arii)
- Identificarea, într-un triunghi dat, a unghiului dintre două laturi date - Identificarea, într-un triunghi dat, a unghiului opus unei laturi date sau a laturii opuse unui unghi dat - Identificarea, într-un triunghi, a unghiurilor alăturate unei laturi date

CG.2 - Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

IX.CS.2.1. Identificarea operațiilor cu propoziții elementare din cadrul unui enunț matematic
- Identificarea operatorului logic în cazul unui enunț format din două propoziții legate printr-o operație - Determinarea valorii de adevăr a unui enunț format din două propoziții legate prin și/sau/implică/echivalent - Determinarea valorii de adevăr a unui predicat $P(n)$, cu $n \geq n_0$ ($n_0 \in \mathbb{N}$), pentru valorile inițiale ale lui n ($n_0, n_0 + 1$ etc.)
IX.CS.2.2. Efectuarea de calcule pentru determinarea elementelor șirurilor, progresiilor aritmetice și geometrice, utilizând formule specifice
- Efectuarea de calcule pentru determinarea unor termeni de rang dat ai unui șir/unei progresii ce vizează aspecte din viața cotidiană (de exemplu, evoluția cheltuielilor săptămânale, planificarea timpului de studiu, creșterea numărului de pași într-un program de fitness etc.)

<ul style="list-style-type: none"> - Efectuarea de calcule pentru determinarea sumei primilor n termeni ai unei progresii bine determinate pentru rezolvarea unor situații din viața cotidiană (de exemplu, economisirea unor sume de bani, estimarea consumului datelor mobile etc.) - Prelucrarea unor date privind progresiile, provenite din contexte reale (de exemplu, economii lunare, creșterea unei populații sau evoluția unei investiții etc.), prin calcularea rației, a primului termen sau a unor termeni de rang dat
<p>IX.CS.2.3. Extragerea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ și structural, din reprezentări grafice pentru a descrie proprietățile unei funcții (monotonie, convexitate, puncte de extrem etc.) într-o situație practică dată</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Determinarea numărului de soluții ale ecuației $f(x) = 0$ în reprezentări grafice date - Preluarea/extragerea unor informații corelate legate de evoluția unei caracteristici în reprezentări grafice date sau în contexte aplicative (de exemplu, precizarea unui interval pe care o funcție este convexă și crescătoare/mișcare rectiline, uniform accelerată) - Descrierea proprietăților unei mărimi utilizând reprezentarea grafică (intervale de monotonie, puncte de extrem) într-un context dat (de exemplu, consumul de energie în funcție de timp, viteza unui atlet în funcție de energia consumată etc.)
<p>IX.CS.2.4. Stabilirea unor caracteristici calitative/cantitative folosind funcții trigonometrice, inclusiv folosind instrumente digitale</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Stabilirea semnului funcțiilor trigonometrice pentru un număr real folosind reducerea la primul cerc/primul cadran - Stabilirea valorilor funcțiilor trigonometrice pentru un număr real folosind reducerea la primul cerc/primul cadran - Stabilirea cardinalului unor mulțimi de forma $\{\sin nq\pi n \in \mathbb{Z}\}$ sau $\{\cos nq\pi n \in \mathbb{Z}\}$, unde $q \in \mathbb{Q}$ este un număr nenul, folosind cercul trigonometric/periodicitatea
<p>IX.CS.2.5. Aplicarea unor metode adecvate pentru determinarea unor distanțe, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Determinarea măsurii unui unghi al unui triunghi (ascuțit, drept, obtuz) când se cunosc lungimile laturilor triunghiului - Determinarea lungimii laturii unui triunghi când se cunosc lungimile celorlalte două laturi și măsura unghiului dintre acestea - Determinarea ariilor unor figuri geometrice cu elemente cunoscute

CG.3 - Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

<p>IX.CS.3.1. Determinarea valorii de adevăr a unui enunț matematic format din propoziții legate prin operatori logici</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Negarea unui enunț format din două propoziții legate prin și/sau - Negarea unui enunț format din două propoziții legate prin implicație/echivalență - Negarea unui enunț format din mai mult de două propoziții
<p>IX.CS.3.2. Aplicarea algoritmilor de calcul pentru determinarea unor termeni și a sumelor unor termeni consecutivi ai progresiilor aritmetice și geometrice, în diferite contexte</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Aplicarea algoritmilor de calcul pentru determinarea unei progresii abordate în contexte practice (modelarea unor fenomene din biologie, chimie etc.) - Utilizarea formulelor pentru determinarea sumei primilor n termeni pentru progresii caracterizate prin diverse elemente - Aplicarea algoritmilor de calcul pentru determinarea unor termeni de rang dat pentru progresii caracterizate prin diverse elemente, în contexte cotidiene (de exemplu, evaluarea creșterii populației bacteriene într-un mediu controlat, determinarea nivelului apei într-un rezervor în funcție de zile, când creșterea este proporțională cu un factor fix, estimarea valorii unei investiții etc.) - Determinarea consumului de combustibil al unei flote de drone aflate în recunoaștere, folosind șiruri/progresii (de exemplu, o unitate militară are inițial la dispoziție 5 drone pentru supraveghere, numărul dronelor se dublează săptămânal; știind că o dronă consumă 10 litri de combustibil pe săptămână, determinați consumul de combustibil în primele 4 săptămâni)
<p>IX.CS.3.3. Aplicarea unor concepte și algoritmi matematici (funcții, rate de variație etc.), pentru a interpreta reprezentări grafice în scopul extragerii de informații relevante pentru rezolvarea, în contexte matematice, a unor probleme practice</p>

- Determinarea ratei de variație a unei mărimi folosind reprezentarea grafică (de exemplu, distanța parcursă în funcție de timp, poziția unui pendul în funcție de timp etc.)
- Rezolvarea unor ecuații de forma $f(x)=0$, $f(x)=g(x)$, identificând mulțimea soluțiilor pe reprezentarea grafică a funcțiilor și explicând sensul acestora în contextul dat (de exemplu, compararea a două metode de promovare online, scăderea temperaturii vs creșterea temperaturii, compararea performanței a doi alergători etc.)
- Utilizarea proprietăților unor funcții pentru rezolvarea unor probleme practice (de exemplu, modificarea pH-ului dacă concentrația scade/crește, creșteri virale, probleme legate de creșterea populației etc.)

IX.CS.3.4. Calcularea valorii unei funcții trigonometrice când se cunosc informații despre valorile unei alte funcții trigonometrice

- Calcularea uneia dintre valorile $\sin x$ sau $\cos x$ când se cunoaște cealaltă și cadrantul în care se află punctul de pe cercul trigonometric corespunzător lui x
- Calcularea valorilor $\sin x$, $\cos x$ când se cunoaște una dintre valorile $\operatorname{tg} x$ sau $\operatorname{ctg} x$ și cadrantul în care se află punctul de pe cercul trigonometric corespunzător lui x
- Calcularea valorilor $\sin 2x$, $\cos 2x$, $\sin \frac{x}{2}$ sau $\cos \frac{x}{2}$ când se cunoaște una dintre valorile $\sin x$ sau $\cos x$ și cadrantul în care se află punctul de pe cercul trigonometric corespunzător lui x

IX.CS.3.5. Determinarea măsurilor unor unghiuri și a lungimilor unor segmente utilizând relații metrice

- Determinarea unei funcții trigonometrice a unui unghi al unui triunghi sau a măsurii unghiului când se cunosc lungimile laturilor triunghiului
- Determinarea lungimii medianei sau a lungimii bisectoarei unui triunghi când se cunosc lungimile laturilor triunghiului
- Determinarea lungimii unui segment care unește un vârf al unui triunghi cu un punct situat pe latura opusă atunci când se cunosc raportul în care acest punct împarte latura pe care se află și lungimile laturilor triunghiului
- Determinarea poziției P a unui obiect de interes militar, de către două echipe aflate în punctele A și B , folosind triangulația optică și relații metrice

CG.4 - Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată

IX.CS.4.1. Precizarea structurii logice a unui enunț

- Precizarea valorii de adevăr a propoziției obținute prin folosirea unui cuantificator într-un predicat
- Identificarea predicatelor simple care alcătuiesc un enunț
- Identificarea operațiilor cu predicate care corespund unui enunț matematic

IX.CS.4.2. Transpunerea în limbaj specific matematic a unor situații din viața cotidiană referitoare la șiruri sau progresii în scopul analizării comportamentului acestora

- Reprezentarea unei situații din viața cotidiană (de exemplu, creșterea lunară a economiilor personale), printr-o progresie aritmetică și interpretarea rezultatelor
- Exprimarea cantitativă a unei situații dintr-un context cotidian (de exemplu, fenomene biologice, dobânzi etc.) printr-o progresie pentru analiza comportamentului acesteia
- Interpretarea calitativă și cantitativă a unei situații de reducere treptată a consumului (modelare cu progresie), pentru luarea unor decizii fundamentate pe datele obținute

IX.CS.4.3. Exprimarea unor concluzii și justificări matematice, utilizând limbajul specific funcțiilor (simboluri, formule, expresii, reprezentări), pentru a comunica informații extrase din reprezentări grafice, în contexte matematice practice

- Exprimarea condițiilor pentru ca un element să aparțină domeniului de definiție sau imaginii unei funcții utilizând graficul funcției
- Exprimarea în limbaj matematic a relației dintre două variabile care descriu o situație practică (de exemplu, un grafic de consum, un grafic care arată evoluția prețului unui produs în funcție de cerere etc.) observând graficul funcției
- Ordonarea unor valori cu ajutorul reprezentării grafice a funcției ce descrie o situație reală (de exemplu, distanța parcursă în diferite momente, compararea eficienței a trei metode de promovare online, compararea costurilor a doi furnizori în funcție de cantitate etc.)

IX.CS.4.4. Stabilirea unor relații matematice utilizând calculul trigonometric
<ul style="list-style-type: none"> - Stabilirea unor identități folosind formulele pentru calcularea sinusului/cosinusului/tangentei unei sume/diferențe de numere reale - Stabilirea unor identități folosind formulele de transformare a sumelor de funcții trigonometrice în produse sau de transformare a produselor în sume - Stabilirea unor relații între valorile funcțiilor trigonometrice ale măsurilor unghiurilor unui triunghi
IX.CS.4.5. Caracterizarea în limbaj matematic a unei configurații geometrice folosind elemente de trigonometrie sau relații metrice
<ul style="list-style-type: none"> - Determinarea naturii unui triunghi într-o configurație geometrică dată folosind relații metrice - Stabilirea coliniarității unor puncte situate pe drepte suport ale laturilor unui triunghi - Stabilirea concurenței a trei drepte determinate de câte un vârf al unui triunghi și un punct situat pe dreapta suport a laturii opuse vârfului respectiv

CG.5 - Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

IX.CS.5.1. Formularea unui enunț matematic (axiomă, definiție, relație/proprietate/teoremă) asociat unei situații date
<ul style="list-style-type: none"> - Descompunerea unui set de date și cerințe în componente care corespund unor predicate simple - Exprimarea legăturilor dintre elementele unui set de date și cerințe ca operații cu predicate - Asocierea unui enunț matematic unui set de date și cerințe
IX.CS.5.2. Analizarea unor situații date în contexte intra și interdisciplinare, selectând modelul de progresie adecvat și metoda de rezolvare eficientă în funcție de datele disponibile
<ul style="list-style-type: none"> - Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații-problemă (de exemplu, deprecierea anuală a valorii unui echipament tehnologic, evoluția economiilor personale etc.) pentru a selecta modelului adecvat de progresie - Compararea a două situații modelate prin progresii prin interpretarea cantitativă și calitativă a situațiilor, prin analiza modelelor matematice și luarea unei decizii justificate (de exemplu, compararea a două planuri de economisire, evoluția audienței online etc.) - Analizarea unei situații cotidiene prin modificarea parametrilor progresiei și interpretarea efectelor (de exemplu, uzura echipamentelor, campanie de plantare de copaci, producția zilnică dintr-o fabrică etc.)
IX.CS.5.3. Analizarea unor situații date prin interpretarea reprezentărilor grafice și evidențierea soluțiilor posibile pentru a interpreta situații reale și a formula concluzii argumentate în contexte intra și interdisciplinare
<ul style="list-style-type: none"> - Analizarea proprietăților unor dependențe funcționale ce descriu situații practice în context intra și interdisciplinar (de exemplu, răcirea unui lichid, evoluția populației, concentrația unui medicament etc.) - Utilizarea relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al doilea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații - Utilizarea unor metode algebrice sau grafice pentru determinarea sau aproximarea soluțiilor ecuațiilor și inecuațiilor asociate funcțiilor - Interpretarea coordonatelor unui punct de intersecție a două reprezentări grafice ca soluție a unei ecuații sau a unui sistem de ecuații, exprimând importanța acesteia în contextul practic dat (de exemplu, compararea a două oferte comerciale, traiectoria a două vehicule, eficiența campaniilor de promovare, evoluția veniturilor și a cheltuielilor etc.)
IX.CS.5.4. Analizarea proprietăților funcțiilor trigonometrice folosind reprezentarea grafică sau cercul trigonometric
<ul style="list-style-type: none"> - Stabilirea valorilor reale x, situate într-un interval mărginit, când se cunoaște una dintre valorile $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ sau $\operatorname{ctg} x$ - Stabilirea valorilor reale x, situate într-un interval mărginit, când se cunoaște o egalitate de forma $\sin f(x) = \sin g(x)$, $\cos f(x) = \cos g(x)$ sau $\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} g(x)$ - Interpretarea grafică a unor identități trigonometrice (de exemplu, $\sin x = \cos x$)
IX.CS.5.5. Aplicarea unor metode variate pentru optimizarea calculului de distanțe, de mărimi de unghiuri și de arii
<ul style="list-style-type: none"> - Aplicarea metodei optime pentru determinarea lungimii razei cercului circumscris unui triunghi sau a lungimii razei cercului înscris într-un triunghi când se cunosc anumite elemente ale triunghiului - Determinarea ariilor unor figuri geometrice care pot fi descompuse în triunghiuri

- Investigarea unor figuri geometrice în vederea evidențierii anumitor proprietăți în triunghi
- Optimizarea amplasării a trei puncte de control, pentru stabilirea unei zone de siguranță în vederea monitorizării și protecției unui obiectiv militar, cunoscând anumite elemente în triunghiul determinat de cele trei puncte

CG.6 - Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

IX.CS.6.1. Validarea unui enunț matematic asociat unei situații date
<ul style="list-style-type: none"> - Negarea unei propoziții obținute prin folosirea unui cuantificator într-un predicat - Compararea unui enunț matematic cu enunțul contrar - Determinarea, din punct de vedere logic, a corectitudinii pașilor unui raționament inductiv
IX.CS.6.2. Modelarea matematică, folosind șirurile sau progresiile, a unor situații reale pentru interpretarea implicațiilor în contexte interdisciplinare și pentru luarea unor decizii fundamentate pe datele obținute
<ul style="list-style-type: none"> - Modelarea unei situații reale utilizând progresii, prin integrarea datelor din economie (plan de investiții), ecologie, pentru luarea unei decizii justificate - Modelarea matematică a unui fenomen real cu impact social (de exemplu, răspândirea unei boli infecțioase) folosind progresia geometrică/aritmetică, interpretând implicațiile prin integrarea cunoștințelor din biologie - Modelarea matematică a unui scenariu complex, interdisciplinar (de exemplu, estimarea necesarului de resurse, de materii prime etc.), folosind șirurile/progresiile, prin integrarea acestor noțiuni în concepte din știință și tehnologie - Modelarea matematică a aprovizionării unei baze militare, utilizând șiruri și progresii, pentru a analiza ritmul aprovizionării/consumului
IX.CS.6.3. Modelarea unei situații reale, utilizând un model matematic (funcții, relații) construit pe baza datelor extrase din reprezentări grafice, pentru a explica, a anticipa sau a optimiza rezultate în contexte precum economie, biologie sau fizică
<ul style="list-style-type: none"> - Construirea unei funcții care exprimă o relație ce descrie o situație practică, după observarea unei reprezentări grafice în care este redată (de exemplu, formularea unei funcții pentru costul total în funcție de numărul de produse comandate când se dă graficul funcției etc.) - Utilizarea echivalenței dintre bijectivitate și inversabilitate în trasarea unor grafice și în rezolvarea unor ecuații algebrice și trigonometrice - Modelarea cu ajutorul funcțiilor și/sau a relațiilor funcționale a unor situații practice (de exemplu, estimarea bugetului: costuri de producție, costuri achiziții; calcularea duratei unei călătorii sau a vitezei medii: distanța parcursă funcție de timp; stabilirea intervalului optim de administrare a unui medicament: concentrația unui medicament în sânge etc.)
IX.CS.6.4. Descrierea unor relații între mărimi din diferite domenii, cu ajutorul funcțiilor trigonometrice
<ul style="list-style-type: none"> - Descrierea variației zilnice a înălțimii unei mări, a temperaturii corpului - Descrierea variației în timp a abscisei și a ordonatei unui punct în mișcare circulară uniformă - Utilizarea instrumentelor digitale pentru construirea și explorarea modelelor funcționale caracterizate cu ajutorul funcțiilor trigonometrice
IX.CS.6.5. Modelarea unor configurații geometrice utilizând metode metrice, trigonometrice, sintetice
<ul style="list-style-type: none"> - Determinarea unor elemente metrice folosind o hartă digitală - Reconstituirea unor configurații geometrice atunci când se cunosc proprietăți exprimate prin relații metrice sau trigonometrice (de exemplu, construcția unui triunghi dacă se cunosc lungimile a două laturi și lungimea unei mediane sau dacă se cunosc lungimile a două laturi și măsura unui unghi) - Stabilirea unui model geometric al unei situații cotidiene pentru rezolvarea unei probleme practice (de exemplu, determinarea unor elemente metrice inaccesibile de pe un teren)

Domenii de conținut	CONȚINUTURI
Algebră	<p>1. Elemente de logică matematică</p> <ul style="list-style-type: none"> Propoziții, predicate; operații cu propoziții și predicate: negația, conjuncția, disjuncția, implicația, echivalența; cuantificatorul existențial și cuantificatorul universal; reguli de negare, reducere la absurd Metoda inducției matematice <p><i>Notă.</i> Calculul propozițional se va ilustra cu exemple concrete simple: și = intersecție/sistem de relații, sau = reuniune/ansamblu de cazuri, non (A și B) = non A sau non B, non (A sau B) = non A și non B, există = cel puțin un element convine etc.</p> <p>2. Șiruri și progresii</p> <ul style="list-style-type: none"> Șiruri; moduri de definire a unui șir. Progresii aritmetice și progresii geometrice: determinarea termenului general al unei progresii; suma primilor n termeni ai unei progresii¹, caracterizarea unei progresii prin relația dintre orice trei termeni consecutivi, condiția ca n numere reale să fie în progresie aritmetică sau geometrică, pentru $n \geq 3$ <p><i>Notă.</i> ¹Aplicație: deducerea formulei $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1})$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Șirurile/progresiile vor fi abordate în contexte practice: prețuri, dobândă simplă, dobândă compusă, dinamica populației, modelarea unor fenomene din biologie, chimie etc.</p> <p>3. Funcții Proprietăți generale ale funcțiilor</p> <ul style="list-style-type: none"> Funcții: definiție, exemple¹, modalități de a descrie o funcție, funcții egale, restricții ale unei funcții, imaginea unei funcții¹ Reprezentarea grafică a unei funcții definite pe submulțimi ale lui \mathbb{R}, intersecția graficului cu axele de coordonate, drepte în plan de forma $x = m$ sau de forma $y = m$, $m \in \mathbb{R}$; semnul unei funcții numerice, interpretarea geometrică a soluțiilor ecuațiilor de forma $f(x) = m$ și $f(x) = g(x)$ Proprietăți ale funcțiilor numerice: monotonie, mărginire, paritate/imparitate, convexitate/concavitate; lecturi grafice² Funcții obținute prin operații algebrice elementare (sumă, diferență, produs, raport); compunerea funcțiilor Funcții injective, surjective, bijective, inversabile: definiție, interpretare geometrică pentru funcții numerice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă; lecturi grafice³ <p><i>Note.</i> ¹Se vor prezenta și funcția modul, funcția parte întreagă, funcția parte fracționară. ² Pentru noțiunile prezentate se vor folosi, de regulă, funcțiile afine, restricții ale acestora sau funcții definite pe mai multe ramuri ale căror restricții să fie funcții afine. ³Aplicațiile vor viza recunoașterea proprietăților funcțiilor numerice (monotonie, mărginire, paritate/imparitate, convexitate/concavitate, injectivitate, surjectivitate) prin lectura unui grafic dat sau a unui grafic realizat cu ajutorul unor instrumente digitale.</p> <p>Funcția de gradul al doilea</p> <ul style="list-style-type: none"> Definiție, reprezentare grafică, intersecțiile reprezentării grafice cu axele de coordonate¹, axa de simetrie Monotonia funcției de gradul al doilea; punctul de extrem Semnul funcției de gradul al doilea; interpretare geometrică (poziția unei parabole în raport cu axa Ox), inecuații de gradul al doilea studiate pe mulțimea \mathbb{R} sau pe

Domenii de conținut	CONȚINUTURI
	<p>intervale de numere reale; interpretare geometrică (proiecții ale unor porțiuni de parabolă pe axe)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Relațiile lui Viète • Sisteme care conțin ecuații de gradul al doilea²; interpretare geometrică³ <p>Note. ¹Se vor deduce formulele de rezolvare a ecuației de gradul al doilea. ²Se vor studia următoarele tipuri de sisteme de două ecuații cu două necunoscute: sisteme formate dintr-o ecuație de gradul întâi și o ecuație de gradul al doilea, sisteme omogene, sisteme simetrice. ³Se va evidenția interpretarea geometrică a rezolvării sistemelor de ecuații de forma</p> $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ y = a_2x^2 + b_2x + c_2 \end{cases}$ <p>Funcția putere cu exponent întreg. Funcția radical</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funcția putere cu exponent întreg • Radicali, operații cu radicali, proprietățile radicalilor; expresii conjugate. Funcția radical • Ecuații și inecuații cu radicali <p>Notă. La fiecare funcție se recomandă realizarea unor corelații interdisciplinare.</p>
Trigonometrie	<p>4. Funcții trigonometrice. Ecuații trigonometrice</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cercul trigonometric; funcțiile sinus și cosinus definite pe intervalul $[0, 2\pi]$; reducerea la primul cadran • Funcțiile sinus, cosinus, tangentă și cotangentă¹; relații între funcțiile trigonometrice sinus, cosinus, tangentă, cotangentă² • Formule trigonometrice pentru suma/diferența a două numere reale³ • Transformarea sumelor în produse și a produselor în sume • Funcții trigonometrice inverse • Ecuații trigonometrice⁴ <p>Note: ¹Se vor introduce noțiunile de funcție periodică și de perioadă și se vor evidenția prin lectura graficelor funcțiilor trigonometrice. ²Se vor deduce formulele de tipul $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$, $\sin^2 x = \frac{\operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$, $\cos^2 x = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$ etc. ³Se vor deduce formulele de forma $\sin(a \pm b)$, $\cos(a \pm b)$, $\operatorname{tg}(a \pm b)$ și formulele rezultate din acestea (de exemplu, $\sin 2x$, $\cos 2x$, $\operatorname{tg} 2x$, $\sin \frac{x}{2}$, $\cos \frac{x}{2}$) ⁴Se vor studia următoarele tipuri de ecuații trigonometrice:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\sin x = a$, $\cos x = a$, $a \in [-1, 1]$; $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, $a \in \mathbb{R}$ • $\sin f(x) = \sin g(x)$, $\cos f(x) = \cos g(x)$, $\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} g(x)$, $\operatorname{ctg} f(x) = \operatorname{ctg} g(x)$ • $a \sin x + b \cos x = c$, unde a, b, c sunt numere reale nenule <p>și ecuații reducibile la acestea.</p> <p>Pentru reprezentarea grafică a funcțiilor trigonometrice și a funcțiilor trigonometrice inverse se recomandă și utilizarea unor instrumente digitale.</p>

Domenii de conținut	CONȚINUTURI
Geometrie	<p>5. Aplicații ale trigonometriei în geometrie. Relații metrice</p> <ul style="list-style-type: none"> • Teorema cosinusului, teorema sinusurilor, rezolvarea triunghiurilor • Raza cercului înscris și raza cercului circumscris unui triunghi. Aria unui triunghi • Teorema bisectoarei; relația lui Stewart; lungimile unor segmente importante din triunghi • Concurență și coliniaritate în geometria plană: teorema lui Menelaus, teorema lui Ceva
Domenii de conținut	CONȚINUTURI
Algebră	<p>1. Elemente de logică matematică</p> <ul style="list-style-type: none"> • Propoziții, predicate; operații cu propoziții și predicate: negația, conjuncția, disjuncția, implicația, echivalența; cuantificatorul existențial și cuantificatorul universal; reguli de negare, reducere la absurd • Metoda inducției matematice <p><i>Notă. Calculul propozițional se va ilustra cu exemple concrete simple: și = intersecție/sistem de relații, sau = reuniune/ansamblu de cazuri, non (A și B) = non A sau non B, non (A sau B) = non A și non B, există = cel puțin un element convine etc.</i></p> <p>2. Șiruri și progresii</p> <ul style="list-style-type: none"> • Șiruri; moduri de definire a unui șir. Progresii aritmetice și progresii geometrice: determinarea termenului general al unei progresii; suma primilor n termeni ai unei progresii, caracterizarea unei progresii prin relația dintre orice trei termeni consecutivi, condiția ca n numere reale să fie în progresie aritmetică sau geometrică, pentru $n \geq 3$ <p><i>Notă. Șirurile/progresiile vor fi abordate în contexte practice: prețuri, dobândă simplă, dobândă compusă, dinamica populației, modelarea unor fenomene din biologie, chimie etc.</i></p> <p>3. Funcții</p> <p>Proprietăți generale ale funcțiilor</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funcții: definiție, exemple, contraexempluri, modalități de a descrie o funcție, funcții egale, restricții ale unei funcții, imaginea unei funcții¹ • Reprezentarea grafică a unei funcții definite pe submulțimi ale lui \mathbb{R}, intersecția graficului cu axele de coordonate, drepte în plan de forma $x = m$ sau de forma $y = m$, $m \in \mathbb{R}$; semnul unei funcții numerice, interpretarea geometrică a soluțiilor ecuațiilor de forma $f(x) = m$ și $f(x) = g(x)$ • Proprietăți ale funcțiilor numerice: monotonie, mărginire, paritate/imparitate, convexitate/concavitate; lecturi grafice² • Funcții obținute prin operații algebrice elementare (sumă, diferență, produs, raport); compunerea funcțiilor • Funcții injective, surjective, bijective, inversabile: definiție, interpretare geometrică pentru funcții numerice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă; lecturi grafice² <p><i>Note.</i></p> <p>¹ Pentru noțiunile prezentate se vor folosi, de regulă, funcțiile afine, restricții ale acestora sau funcții definite pe mai multe ramuri ale căror restricții să fie funcții afine.</p> <p>² Aplicațiile vor viza recunoașterea proprietăților funcțiilor numerice (monotonie, mărginire, paritate/imparitate, convexitate/concavitate, injectivitate, surjectivitate) prin lectura unui grafic dat sau a unui grafic realizat cu ajutorul unor instrumente digitale.</p> <p>Funcția de gradul al doilea</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definiție, reprezentare grafică, intersecțiile reprezentării grafice cu axele de coordonate¹, axa de simetrie • Monotonia funcției de gradul al doilea; punctul de extrem

Domenii de conținut	CONȚINUTURI
	<ul style="list-style-type: none"> • Semnul funcției de gradul al doilea; interpretare geometrică (poziția unei parabole în raport cu axa Ox), inecuații de gradul al doilea studiate pe mulțimea \mathbb{R} sau pe intervale de numere reale; interpretare geometrică (proiecții ale unor porțiuni de parabolă pe axe) • Relațiile lui Viète • Sisteme care conțin ecuații de gradul al doilea²; interpretare geometrică³ <p>Note. ¹Se vor deduce formulele de rezolvare a ecuației de gradul al doilea. ²Se vor studia următoarele tipuri de sisteme de două ecuații cu două necunoscute: sisteme formate dintr-o ecuație de gradul întâi și o ecuație de gradul al doilea, sisteme omogene, sisteme simetrice. ³Se va evidenția interpretarea geometrică a rezolvării sistemelor de ecuații de forma</p> $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ y = a_2x^2 + b_2x + c_2 \end{cases}$ <p>Funcția putere cu exponent întreg. Funcția radical</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funcția putere cu exponent întreg • Radicali, operații cu radicali, proprietățile radicalilor. Funcția radical • Ecuații și inecuații cu radicali <p>Notă. La fiecare funcție se recomandă realizarea unor corelații interdisciplinare.</p>
Trigonometrie	<p>4. Funcții trigonometrice. Ecuații trigonometrice</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cercul trigonometric; funcțiile sinus și cosinus definite pe intervalul $[0, 2\pi]$; reducerea la primul cadran • Funcțiile sinus, cosinus, tangentă și cotangentă¹; relații între funcțiile trigonometrice sinus, cosinus, tangentă, cotangentă² • Formule trigonometrice pentru suma/diferența a două numere reale³ • Transformarea sumelor în produse și a produselor în sume • Funcții trigonometrice inverse • Ecuații trigonometrice⁴ <p>Note: ¹Se vor introduce noțiunile de funcție periodică și de perioadă și se vor evidenția prin lectura graficelor funcțiilor trigonometrice. ²Se vor deduce formulele de tipul $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$, $\sin^2 x = \frac{\operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$, $\cos^2 x = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$ etc. ³Se vor deduce formulele de forma $\sin(a \pm b)$, $\cos(a \pm b)$, $\operatorname{tg}(a \pm b)$ și formulele rezultate din acestea (de exemplu, $\sin 2x$, $\cos 2x$, $\operatorname{tg} 2x$, $\sin \frac{x}{2}$, $\cos \frac{x}{2}$) ⁴Se vor studia următoarele tipuri de ecuații trigonometrice:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\sin x = a$, $\cos x = a$, $a \in [-1, 1]$; $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, $a \in \mathbb{R}$ • $\sin f(x) = \sin g(x)$, $\cos f(x) = \cos g(x)$, $\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} g(x)$, $\operatorname{ctg} f(x) = \operatorname{ctg} g(x)$ • $a \sin x + b \cos x = c$, unde a, b, c sunt numere reale nenule <p>și ecuații reducibile la acestea.</p> <p>Pentru reprezentarea grafică a funcțiilor trigonometrice și a funcțiilor trigonometrice inverse se recomandă și utilizarea unor instrumente digitale.</p>

Domenii de conținut	CONȚINUTURI
Geometrie	<p>5. Aplicații ale trigonometriei în geometrie. Relații metrice</p> <ul style="list-style-type: none"> • Teorema cosinusului, teorema sinusurilor, rezolvarea triunghiurilor • Raza cercului înscris și raza cercului circumscris unui triunghi. Aria unui triunghi • Teorema bisectoarei; relația lui Stewart; lungimile unor segmente importante din triunghi • Concurență și coliniaritate în geometria plană: teorema lui Menelaus, teorema lui Ceva

**COMPETENȚE SPECIFICE (CS)
ȘI
EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE**

CG.1 - Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

X.CS.1.1. Identificarea unor expresii ce conțin puteri, exponențiale și logaritmi, în diferite contexte matematice și practice
<ul style="list-style-type: none"> - Identificarea valorii unei puteri cu exponent real aproximând-o prin lipsă și prin adaos prin șiruri de puteri cu exponent rațional - Identificarea relației dintre exponențială și logaritm în contexte simple ($a^x = b$ este echivalent cu $\log_a b = x$) - Identificarea tipului de relație (putere, exponențială sau logaritmică) care descrie corect un fenomen dat (de exemplu, volumul unui cub este o funcție putere ce depinde de muchia cubului; valoarea unei investiții care crește cu $p\%$ în fiecare an reprezintă o funcție exponențială)
X.CS.1.2. Identificarea elementelor de combinatorică în diferite contexte matematice și din viața cotidiană
<ul style="list-style-type: none"> - Identificarea modului de numărare (regula sumei, regula produsului) pentru rezolvarea unei situații din viața cotidiană (de exemplu, calcularea numărului de posibilități de alegere a unei echipe dintr-un număr dat de persoane) - Identificarea formulei de calcul pentru numărul de permutări, aranjamente, respectiv combinații - Identificarea formulei binomului lui Newton folosind triunghiul lui Pascal
X.CS.1.3. Identificarea numerelor complexe și a formelor de reprezentare a lor în diferite contexte
<ul style="list-style-type: none"> - Recunoașterea numerelor complexe și a componentelor acestora (parte reală, parte imaginară, modul, argument) în forma algebrică și/sau în forma trigonometrică - Identificarea formelor de reprezentare pentru descrierea condițiilor problemelor în care intervin numere complexe - Identificarea necesității extinderii mulțimii numerelor reale la mulțimea numerelor complexe
X.CS.1.4. Identificarea unor polinoame, funcții polinomiale sau ecuații algebrice care verifică condiții date
<ul style="list-style-type: none"> - Recunoașterea polinoamelor în contexte matematice date - Utilizarea formelor canonice ale polinoamelor în prelucrarea ipotezelor problemelor în care intervin polinoame - Recunoașterea necesității utilizării polinoamelor și a metodelor aferente de studiu în rezolvarea unor probleme, inclusiv prin descrierea contextului istoric privind evoluția metodelor de rezolvare a ecuațiilor algebrice
X.CS.1.5. Identificarea unor exemple de fenomene care pot fi modelate matematic, utilizând concepte statistice/probabilități
<ul style="list-style-type: none"> - Identificarea unor fenomene/situații ce pot fi investigate statistic/probabilistic, în contexte practice date - Recunoașterea unor reprezentări ale datelor obținute din viața cotidiană prin diagrame (arborescente, Venn etc.), tabele sau grafice - Organizarea/reprezentarea adecvată a datelor statistice în funcție de caracteristica statistică identificată (cantitativă sau calitativă)

CG.2 - Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

X.CS.2.1. Prelucrarea datelor descrise cu ajutorul funcțiilor putere, exponențială sau logaritmică, pentru a stabili proprietățile ale acestora
<ul style="list-style-type: none"> - Completarea unui tabel de valori pentru o funcție de tip putere, exponențială sau logaritmică (de exemplu, completarea valorilor pentru $y = 2^x$, unde $x \in \{0,1,2,3\}$)

<ul style="list-style-type: none"> - Prelucrarea datelor obținute dintr-o relație exponențială sau logaritmică prin reprezentare grafică și descrierea tendinței observate (de exemplu, elevii reprezintă grafic punctele corespunzătoare relației $y = 2^x$ și observă că funcția este crescătoare și tinde rapid spre valori mari) - Prelucrarea unor ecuații exponențiale sau logaritmice în scopul rezolvării acestora (de exemplu, utilizarea unor substituții, folosirea proprietăților puterilor, exponențialelor, logaritmilor)
X.CS.2.2. Prelucrarea unor situații matematice sau din viața cotidiană, a căror rezolvare necesită elemente de combinatorică
<ul style="list-style-type: none"> - Calcularea numărului de permutări, aranjamente, respectiv combinații utilizând formulele de calcul - Prelucrarea unor situații din viața cotidiană care evidențiază necesitatea utilizării elementelor de combinatorică (de exemplu, calcularea numărului de posibilități pentru alegerea unui comitet dintr-un număr dat de persoane, formarea unei echipe etc.) - Prelucrarea expresiilor algebrice cu ajutorul binomului lui Newton pentru rezolvarea unor cerințe matematice (de exemplu, determinarea coeficientului unui termen al unei dezvoltări în anumite condiții)
X.CS.2.3. Efectuarea operațiilor cu numere complexe, în contexte variate de calcul
<ul style="list-style-type: none"> - Efectuarea operațiilor de adunare, scădere, înmulțire și/sau împărțire cu numere complexe - Calcularea conjugatului și a modulului unui număr complex, aplicând, eventual, relații fundamentale dintre ele - Transformarea numerelor complexe din formă algebrică în formă trigonometrică și invers
X.CS.2.4. Efectuarea operațiilor cu polinoame, prin analogie cu calculul numeric, folosind coeficienții pentru extragerea de informații
<ul style="list-style-type: none"> - Efectuarea adunării, înmulțirii și împărțirii polinoamelor, cu identificarea legăturilor între ele - Scrierea relațiilor lui Viète asociate unui polinom dat - Descompunerea în factori ireductibili a unor polinoame cu diferențierea cazurilor în care coeficienții sunt raționali/reali/complecși
X.CS.2.5. Prelucrarea unor informații cuprinse în seturi de date (probabilistice sau statistice) extrase din contexte practice și prezentate sub diferite forme: text, tabele, diagrame, grafice
<ul style="list-style-type: none"> - Calcularea probabilității realizării/nerealizării unor evenimente în funcție de tipul acestora (evenimente independente, evenimente disjuncte sau condiționate) - Calcularea numărului de apariții ale unei valori în diverse forme de prezentare a datelor statistice, extrase din date ale unor contexte cotidiene (serii statistice, frecvența absolută, frecvența relativă, frecvența cumulată) - Prelucrarea cu ajutorul aplicațiilor informatice (Excel, Acces, SPSS etc.) a probabilității unor evenimente sau a unor date statistice

CG.3 - Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

X.CS.3.1. Utilizarea algoritmilor și a proprietăților funcțiilor putere, exponențială și logaritmică pentru rezolvarea de ecuații, inecuații și probleme din contexte matematice
<ul style="list-style-type: none"> - Utilizarea proprietăților funcțiilor putere, exponențială și logaritmică în determinarea soluțiilor unor ecuații sau inecuații cu rezolvare directă (de exemplu, $2^x = 8$, $\log_{\frac{1}{2}} x \leq \log_{\frac{1}{2}} 7$) - Utilizarea relațiilor fundamentale dintre exponențială și logaritm în rezolvarea unor ecuații sau inecuații (de exemplu, $\log_2(x-1) = 3$, $3^{2x-1} \geq 5$) - Utilizarea conceptelor și a proprietăților specifice funcțiilor exponențiale și logaritmice pentru a rezolva ecuații și inecuații care presupun mai mulți pași și mai multe tipuri de transformări
X.CS.3.2. Utilizarea elementelor de combinatorică pentru rezolvarea unor probleme matematice
<ul style="list-style-type: none"> - Utilizarea formulelor de calcul pentru numărul de permutări, aranjamente, respectiv combinații pentru stabilirea unor formule de legătură între ele, a formulei combinărilor complementare, a relației de recurență a combinărilor și pentru aplicarea acestora în construcția triunghiului lui Pascal - Utilizarea binomului lui Newton pentru a determina rangurile unor termeni ce verifică anumite condiții date (de exemplu, calcularea numărului de termeni raționali ai unei dezvoltări, calcularea celui mai mare/mic termen al unei dezvoltări etc.) - Utilizarea binomului lui Newton pentru calcularea unor sume
X.CS.3.3. Aplicarea unor algoritmi specifici calculului pentru rezolvarea de probleme cu numere complexe

<ul style="list-style-type: none"> - Folosirea formulei lui Moivre pentru ridicarea la putere a numerelor complexe - Determinarea rădăcinilor de ordin n ale unui număr complex - Reprezentarea grafică a rădăcinilor unui număr complex în planul complex - Aplicarea numerelor complexe scrise sub formă trigonometrică pentru descrierea unor itinerarii de deplasare în scenarii tactice simulate
X.CS.3.4. Folosirea calculului polinomial și a descompunerii în factori a polinoamelor în probleme de divizibilitate și în rezolvări de ecuații
<ul style="list-style-type: none"> - Utilizarea metodelor standard pentru rezolvarea unor ecuații polinomiale particulare (ecuații de gradul întâi și de gradul al doilea, ecuații bipătrate, ecuații reciproce) - Utilizarea unor algoritmi specifici (divizori ai termenului liber, rădăcini conjugate) pentru descompunerea polinoamelor sau pentru determinarea unor rădăcini ale polinoamelor - Descompunerea unor polinoame în factori ireductibili peste \mathbb{R} sau peste \mathbb{C}
X.CS.3.5. Aplicarea algoritmilor de calcul și a funcțiilor numerice în studiul seriilor de date (probabilistice sau statistice)
<ul style="list-style-type: none"> - Interpretarea unui set de date statistice extrase dintr-un context practic cu ajutorul mărimilor caracteristice (medie, mediană, mod, cuartile, amplitudine, abatere, dispersie) - Aplicarea formulelor de calcul probabilistic în cazul unor experimente din diferite domenii (teste medicale, economice, sociale etc.) - Determinarea marjei de eroare și a cauzelor care duc la apariția erorilor în sondaje (sondaj aleatoriu simplu/stratificat)

CG.4 - Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată

X.CS.4.1. Exprimarea matematică a proprietăților funcțiilor putere, exponențială și logaritmică, pentru aplicarea lor în ecuații/inecuații corespunzătoare
<ul style="list-style-type: none"> - Exprimarea matematică a proprietăților funcțiilor putere, exponențială și logaritmică - Explicarea demersului de rezolvare a unei ecuații sau inecuații exponențiale/ logaritmice, folosind limbaj matematic clar și structurat - Evidențierea asemănărilor și deosebirilor dintre funcțiile putere, exponențială și logaritmică
X.CS.4.2. Exprimarea matematică a proprietăților permutărilor, aranjamentelor, combinațiilor și a binomului lui Newton
<ul style="list-style-type: none"> - Exprimarea matematică a relațiilor de recurență pentru permutări, aranjamente, combinații și a termenului general al dezvoltării binomului lui Newton - Exprimarea în limbaj specific a demersurilor de demonstrare a unor identități combinatorice și de rezolvare a unor ecuații, inecuații care conțin elemente de combinatorică - Exprimarea matematică a demersurilor de calculare a unor sume utilizând binomul lui Newton
X.CS.4.3. Exprimarea în limbaj specific numerelor complexe a redactării raționamentelor matematice
<ul style="list-style-type: none"> - Redactarea calculelor care implică numere complexe, cu evidențierea clară a părții reale și a celei imaginare - Argumentarea proprietăților modulului și ale argumentului unui număr complex - Calcularea unor sume utilizând binomul lui Newton și forma trigonometrică a unui număr complex
X.CS.4.4. Utilizarea limbajului specific polinoamelor în probleme de divizibilitate, ireductibilitate și în studiul ecuațiilor asociate
<ul style="list-style-type: none"> - Exprimarea în limbaj specific polinoamelor a ipotezelor, condițiilor, algoritmilor de lucru, rezultatelor obținute în rezolvarea unor probleme referitoare la polinoame și ecuații algebrice - Realizarea conexiunii de limbaj între studiul numerelor complexe și studiul polinoamelor cu coeficienți complecși - Utilizarea termenilor specifici și a rezultatelor fundamentale în lucrul cu polinoame (de exemplu, teorema împărțirii cu rest a polinoamelor, divizibilitate, polinom ireductibil peste \mathbb{R} sau peste \mathbb{C}, teorema lui Bézout), în prezentarea unor probleme și în formularea/redactarea rezolvării acestora
X.CS.4.5. Descrierea în limbajul specific statisticii matematice/probabilităților a unor fenomene și a metodelor de analizare a acestora
<ul style="list-style-type: none"> - Transferul descrierilor verbale cotidiene în expresii numerice ale fenomenului probabilistic/statistic studiat

- Utilizarea limbajului specific statisticii în vederea studierii unor fenomene/situații (de exemplu, volumul populației statistice, eșantion, mărimi caracteristice ale seturilor de date)
- Analizarea diferențelor dintre două seturi de date statistice, utilizând reprezentări grafice și/sau mărimi caracteristice ale acestora

CG.5 - Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

X.CS.5.1. Analizarea proprietăților și comportamentului funcțiilor putere, exponențială și logaritmică, precum și a relațiilor dintre acestea, în contexte matematice sau cotidiene
<ul style="list-style-type: none"> - Analizarea reprezentărilor grafice ale funcțiilor putere, exponențială și logaritmică pentru a determina și a descrie caracteristicile lor de bază (domeniu de definiție, semn, monotonie, puncte de intersecție cu axele de coordonate) - Compararea comportamentului/proprietăților funcțiilor exponențiale, respectiv logaritmice pentru baze diferite, prin analiza tabelor de valori și a graficelor - Analizarea unei ecuații/inecuații pentru a identifica demersul de rezolvare adecvat
X.CS.5.2. Analizarea relațiilor și a proprietăților permutărilor, aranjamentelor, combinațiilor și a binomului lui Newton
<ul style="list-style-type: none"> - Analizarea definițiilor pentru permutări, aranjamente, combinații în scopul identificării asemănărilor și deosebirilor dintre acestea - Analizarea relațiilor dintre coeficienții binomiali ai binomului lui Newton și triunghiul lui Pascal - Analizarea caracteristicilor unei identități/sume în scopul identificării binomului lui Newton adecvat pentru a o demonstra/determina
X.CS.5.3. Interpretarea geometrică a operațiilor și a relațiilor dintre numere complexe
<ul style="list-style-type: none"> - Reprezentarea grafică a numerelor complexe și a simetriei dintre un număr și conjugatul său - Interpretarea geometrică a produsului dintre două numere complexe - Determinarea poziției punctelor care îndeplinesc o relație dată, în planul complex
X.CS.5.4. Analizarea unor situații date, prin determinarea, verificarea și implementarea elementelor specifice studiului polinoamelor
<ul style="list-style-type: none"> - Determinarea rădăcinilor simple/multiple ale unui polinom dat, pentru descompunerea sa canonică - Determinarea rădăcinilor unui polinom când se cunosc relații suplimentare între acestea - Utilizarea unei aplicații educaționale cu inteligență artificială (IA) pentru a studia descompuneri de polinoame și rezolvări de ecuații algebrice
X.CS.5.5. Analizarea informațiilor privind contexte practice/fenomene din realitatea imediată pentru alegerea/optimizarea metodelor de prelucrare a acestora și de prezentare a concluziilor extrase
<ul style="list-style-type: none"> - Exprimarea în limbajul statisticii matematice a etapelor parcurse în realizarea unui sondaj (stabilirea eșantionului reprezentativ, culegerea și prelucrarea datelor, limitări și erori de eșantionare) - Utilizarea metodelor pentru formarea eșantionului reprezentativ corespunzător populației studiate (sondaj aleator simplu, sondaj stratificat) - Evaluarea în vederea optimizării/analizei unor tehnici utilizate în realizarea sondajului

CG.6 - Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

X.CS.6.1. Modelarea matematică a situațiilor cotidiene din domenii care implică funcția putere, exponențială sau logaritmică, inclusiv ecuații și inecuații în care acestea apar
<ul style="list-style-type: none"> - Transpunerea unei situații practice simple într-o expresie matematică, utilizând funcțiile putere, exponențială sau logaritmică (de exemplu, numărul de bacterii obținute după o perioadă de timp dacă numărul de bacterii se dublează în fiecare oră) - Alegerea tipului de funcție și construirea unui model pentru o situație practică (de exemplu, determinarea sumei obținute după o perioadă de timp, știind că investiția inițială crește anual cu un procent fix) - Rezolvarea de probleme din contexte cotidiene sau de la alte discipline care implică modele exponențiale și logaritmice, folosind algoritmi matematici adecvați (de exemplu, „Timpul necesar pentru ca o substanță să se descompună la jumătate este de 3 ore. Determinați formula cantității rămase după t ore și rezolvați ecuația pentru t când rămâne 25% din cantitatea inițială.”)
X.CS.6.2. Modelarea situațiilor matematice sau din viața cotidiană, utilizând elemente de combinatorică
<ul style="list-style-type: none"> - Transpunerea matematică a unei situații din viața cotidiană cu ajutorul elementelor de combinatorică (de exemplu, în câte moduri se pot așeza la o masă circulară 5 persoane)

<ul style="list-style-type: none"> - <i>Transpunerea matematică a unei situații din alt domeniu intradisciplinar cu ajutorul elementelor de combinatorică (de exemplu, numărul de diagonale ale unui poligon convex cu n laturi, numărul de plane determinate de n puncte în spațiu, știind că oricare trei sunt necoliniare)</i> - <i>Aplicarea conceptelor de permutări/aranjamente/combinări în contexte decizionale (de exemplu, generarea unor coduri de acces cu caractere dintr-un alfabet dat atunci când contează/nu contează ordinea sau se admit/nu se admit repetiții)</i>
<p>X.CS.6.3. Modelarea unor situații practice utilizând numere complexe</p>
<ul style="list-style-type: none"> - <i>Modelarea situațiilor concrete din științe și tehnologie prin utilizarea numerelor complexe</i> - <i>Interpretarea datelor obținute în contexte simulate, prin utilizarea numerelor complexe pentru descrierea și analizarea unor procese reale</i> - <i>Explorarea aplicațiilor numerelor complexe în tehnologie și știință, prin utilizarea unor instrumente digitale de vizualizare și simulare asistată de inteligență artificială (IA)</i>
<p>X.CS.6.4. Modelarea unor situații practice utilizând noțiunea de polinom sau ecuații algebrice</p>
<ul style="list-style-type: none"> - <i>Integrarea unor noțiuni legate de numere complexe din perspectiva studiului polinoamelor (de exemplu, ecuația $z^n = 1$ în mulțimea \mathbb{C} și ecuația algebrică $x^n = 1$)</i> - <i>Reformularea, în limbajul polinoamelor, a unei probleme echivalente sau înrudite cu o problemă dată</i> - <i>Transferul soluțiilor unor probleme care implică polinoame pentru rezolvarea unor situații cu caracter practic (de exemplu, probleme în care diverse fenomene sunt descrise polinomial)</i> - <i>Modelarea traiectoriilor unor proiectile cu ajutorul polinoamelor în balistica militară</i>
<p>X.CS.6.5. Elaborarea unor proiecte care au ca obiectiv studiul unor fenomene din viața cotidiană, utilizând metode statistice/probabilistice de prelucrare, de analizare a datelor și de extragere a concluziilor</p>
<ul style="list-style-type: none"> - <i>Aplicarea în meteorologie, economie, biologie sau psihologie a statisticii și metodelor de calcul probabilistic</i> - <i>Utilizarea noțiunilor din statistică și probabilități pentru prelucrarea și analizarea unor date preluate din cadrul orelor de laborator la fizică sau chimie (măsurarea în cadrul experimentelor a unor caracteristici și interpretarea acestora)</i> - <i>Determinarea unei funcții care modelează un fenomen în urma unor experimente, folosind cunoștințele de statistică (de exemplu, verificarea experimentală a căderii unui corp de la o înălțime dată prin măsurarea timpului parcurs de obiectul în cauză)</i>

CONȚINUTURI

Domenii de conținut	Conținuturi
Algebră	<p>1. Funcții</p> <ul style="list-style-type: none"> • Puteri cu exponent real¹. Funcția putere cu exponent real: proprietăți, reprezentare grafică² • Funcția exponențială: proprietăți, reprezentare grafică²; ecuații și inecuații exponențiale • Logaritmi: operații, formula de schimbare a bazei. Funcția logaritmică: proprietăți, reprezentare grafică²; ecuații și inecuații logaritmice <p><i>Note.</i> ¹ Introducerea noțiunii de putere cu exponent real se va face folosind, la nivel intuitiv, ideea de aproximare. ² Pentru reprezentarea grafică a funcțiilor se recomandă utilizarea unor instrumente digitale.</p>
	<p>2. Elemente de combinatorică</p> <ul style="list-style-type: none"> • Metode de numărare (regula sumei și regula produsului). Permutări, aranjamente • Combinări, formula de recurență a combinatoricilor, formula combinatoricilor complementare, triunghiul lui Pascal • Binomul lui Newton
	<p>3. Numere complexe</p> <ul style="list-style-type: none"> • Forma algebrică a unui număr complex: $z = a + bi$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și $i^2 = -1$; planul complex; operații cu numere complexe scrise sub formă algebrică, proprietăți; modulul și conjugatul unui număr complex: proprietăți, interpretare geometrică; ecuația de gradul al doilea cu coeficienți complecși, relațiile lui Viète • Forma trigonometrică a unui număr complex: înmulțirea și împărțirea numerelor complexe scrise sub formă trigonometrică; interpretare geometrică; puterea cu exponent întreg a unui număr complex, formula lui Moivre; rădăcinile de ordinul n ale unui număr complex; interpretare geometrică; ecuații binome • Aplicații ale numerelor complexe în geometrie: distanțe și unghiuri în planul complex; afixul unui punct care împarte un segment într-un raport dat (aplicații: afixul mijlocului unui segment și afixul centrului de greutate al unui triunghi); condiții de coliniaritate a trei puncte, de paralelism/perpendicularitate a două drepte
	<p>4. Polinoame cu coeficienți complecși</p> <ul style="list-style-type: none"> • Forma algebrică a unui polinom, egalitatea a două polinoame, adunarea și înmulțirea polinoamelor, valoarea unui polinom într-un punct, rădăcinile unui polinom, funcția polinomială • Împărțirea polinoamelor, teorema împărțirii cu rest, împărțirea cu $X - a$, schema lui Horner • Divizibilitatea polinoamelor, teorema lui Bézout • Teorema fundamentală a algebrei (fără demonstrație), rădăcini multiple, descompunerea canonică a unui polinom, relațiile lui Viète; descompunerea în factori ireductibili a polinoamelor cu coeficienți în \mathbb{C}, respectiv în \mathbb{R} • Ecuații algebrice cu coeficienți reali, raționali, întregi; ecuații bipătrate, ecuații reciproce
Date, statistică matematică și probabilități	<p>5. Probabilități și statistică matematică</p> <p>Probabilități</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mulțimea evenimentelor posibile ale unui experiment; eveniment sigur/imposibil, evenimente disjuncte • Probabilitatea unui eveniment; operații (probabilitatea intersecției, probabilitatea reuniunii); probabilități condiționate, evenimente independente, legea probabilității totale

Domenii de conținut	Conținuturi
	<ul style="list-style-type: none"> • Scheme clasice de probabilitate (hipergeometrică, Bernoulli, Poisson) <p>Statistică matematică</p> <ul style="list-style-type: none"> • Colectarea și organizarea datelor statistice: frecvențe absolute (tabele de frecvențe), frecvențe relative, frecvențe cumulate. Reprezentări grafice ale seturilor de date statistice: diagrame cu bare, histograme, poligonul frecvențelor/frecvențelor cumulate, diagrame boxplot, diagrame circulare; utilizarea mijloacelor digitale pentru reprezentarea datelor în diferite diagrame • Mărimi caracteristice ale seturilor de date statistice: medie, mediană, mod, quartile, amplitudine, abatere standard; compararea a două seturi de date pe baza mărimilor caracteristice • Sondaje, eșantionare: concepte de bază (sondaj, populație, eșantion), etapele realizării unui sondaj, limitări și erori de eșantionare: sondaj aleator simplu/sondaj stratificat, interpretare) <p><i>Notă: Abordarea conținuturilor se va face prin contexte practice.</i></p>

**COMPETENȚE SPECIFICE (CS)
ȘI
EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE**

CG.1 - Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

XI.CS.1.1. Identificarea tipurilor de matrice și a proprietăților care le definesc, din diferite forme de scriere a acestora, în contexte matematice și aplicative
<ul style="list-style-type: none"> - Identificarea, dintr-o listă dată, a inversei unei matrice date, prin verificarea definiției matricei inversabile - Identificarea relației dintre determinant și existența inversei unei matrice, utilizând exemple concrete de matrice pătratice, eventual utilizând aplicații de tip inteligență artificială (IA) - Identificarea numărului de soluții ale unei ecuații matriceale simple ($A \cdot X = B$) prin recunoașterea condițiilor de inversabilitate ale matricei A - Identificarea matricei inverse care permite recalcularea coordonatelor unui vehicul militar după schimbarea sistemului de referință (de exemplu, între două hărți tactice)
XI.CS.1.2. Recunoașterea elementelor specifice unui sistem de ecuații liniare în diferite contexte
<ul style="list-style-type: none"> - Observarea coeficienților unui sistem de ecuații liniare pentru a identifica structura matricelor asociate (matricea coeficienților și matricea extinsă) - Recunoașterea, într-un sistem de ecuații liniare extras dintr-un context practic (economie, fizică), a necunoscutelor, a matricei sistemului, respectiv a matricei extinse a acestuia - Determinarea, pentru exemple simple, a cazurilor în care un sistem de ecuații liniare are soluție unică (determinant nenul) - Identificarea necunoscutelor și a structurii matricei unui sistem de ecuații liniare ce modelează distribuția resurselor (apă, hrană, combustibil, muniție) în trei puncte de sprijin
XI.CS.1.3. Identificarea elementelor și relațiilor caracteristice dreptelor în planul cartezian (punct, pantă, ecuație, poziții relative), din enunțuri, reprezentări grafice sau seturi de date numerice
<ul style="list-style-type: none"> - Recunoașterea ecuației unei drepte reprezentate într-un reper cartezian, identificând coordonatele a două puncte distincte care aparțin acesteia - Identificarea corespondenței între ecuația unei drepte și o reprezentare geometrică într-un reper cartezian - Identificarea unor drepte reprezentate într-un reper cartezian utilizând aplicații de tip inteligență artificială (IA) - Identificarea ecuației drepte care descrie traiectoria estimată a unui vehicul inamic, folosind două poziții detectate prin coordonate GPS
XI.CS.1.4. Identificarea proprietăților unor șiruri de numere reale (mărginire, monotonie, convergență) utilizând diferite moduri de descriere a acestora (tabele, grafice sau text)
<ul style="list-style-type: none"> - Identificarea, din tabel, grafice sau text, a caracterului crescător, descrescător, periodic sau constant al unui șir numeric - Estimarea, pe baza reprezentării grafice, a faptului că un șir este mărginit sau tinde către o valoare limită - Identificarea automată, cu aplicații de tip inteligență artificială (IA), a comportamentului unui șir (mărginit/nemărginit, convergent/divergent) și compararea rezultatului cu analiza proprie (elevii compară clasificarea IA cu propriile observații pentru dezvoltarea gândirii critice privind corectitudinea analizei automate)
XI.CS.1.5. Identificarea comportamentelor limită și a proprietăților de continuitate ale funcțiilor, din reprezentări grafice, tabele de valori sau expresii simbolice date
<ul style="list-style-type: none"> - Recunoașterea, din reprezentări grafice sau formule, a funcțiilor care tind spre o valoare finită sau infinită la marginea unui interval și a cazurilor de nedeterminare de tip $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$, 1^∞, ∞^0, 0^0 - Identificarea, pe baza unor reprezentări grafice, a punctelor în care o funcție este continuă sau discontinuă - Identificarea, cu ajutorul unei aplicații dinamice (instrumente digitale), a modului în care variază graficul unei funcții la apropierea de un punct de discontinuitate și a trecerii graficului unei funcții continue, de la minus la plus, sau de la plus la minus în jurul valorii în care se anulează - Identificarea punctelor în care un grafic al intensității semnalului radio devine discontinuu, pentru delimitarea zonelor cu risc de întrerupere a comunicațiilor

XI.CS.1.6. Identificarea relațiilor dintre derivată și proprietăți ale funcțiilor (monotonie, extreme, concavitate/convexitate, puncte de inflexiune), din reprezentări grafice, simbolice sau numerice

- Asocierea expresiei derivatei cu semnificația geometrică a tangentei la graficul funcției într-un punct dat
- Recunoașterea punctelor de maxim și minim local ale unei funcții din reprezentări grafice sau tabele de valori
- Identificarea, pe baza reprezentării grafice a unei funcții și a derivatei acesteia, în același reper cartezian, cu ajutorul instrumentelor digitale, a intervalelor pe care funcția este crescătoare sau descrescătoare
- Identificarea intervalelor în care accelerația unei drone crește sau scade, utilizând reprezentarea grafică a derivatei vitezei (transmisă de senzorii de zbor)

CG.2 - Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale**XI.CS.2.1. Prelucrarea datelor organizate sub formă matriceală, prin operații de adunare, scădere și înmulțire sau prin determinanți, în diverse contexte**

- Calcularea produselor $A \cdot B$ și $B \cdot A$ a două matrice pătratice A și B , pentru analizarea tipului de matrice obținute (diagonală, triunghiulară etc.) sau pentru evidențierea necomutativității înmulțirii
- Verificarea proprietăților determinanților în situații simple (efectul interschimbării a două linii sau a două coloane) evidențiind, eventual, modificările create în signaturile permutărilor folosite în definiția determinantului
- Utilizarea unor instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială) pentru calcularea determinantului și analiza modificării valorii acestuia la schimbarea elementelor
- Calcularea determinantului pentru o matrice care descrie conexiunile unei rețele de comunicații militare, pentru verificarea stabilității și redundanței acestora

XI.CS.2.2. Prelucrarea datelor numerice și a relațiilor dintre coeficienți pentru a determina condițiile de compatibilitate și structura soluțiilor unui sistem de ecuații liniare

- Utilizarea formulelor Cramer pentru rezolvarea sistemelor de ecuații liniare compatibile determinate
- Prelucrarea informațiilor privind minorii matricei coeficienților și minorii matricei extinse pentru stabilirea rangurilor celor două matrice și pentru formularea concluzii privind compatibilitatea sistemului de ecuații liniare
- Explorarea, cu sprijinul instrumentelor digitale (aplicații de tip inteligență artificială) a modului în care variația unui parametru numeric modifică soluțiile sistemului de ecuații liniare sau compatibilitatea acestuia
- Prelucrarea coeficienților unui sistem de ecuații liniare pentru a determina compatibilitatea distribuției resurselor între trei unități militare aflate în cooperare

XI.CS.2.3. Prelucrarea datelor numerice și geometrice pentru a obține ecuația unei drepte, evidențiind relațiile dintre coeficienți, puncte și pante, din descrieri verbale, grafice sau algebrice

- Calcularea pantei unei drepte cunoscând coordonatele a două puncte
- Scrierea ecuației unei drepte care trece prin două puncte date, în formă generală, apoi în formă explicită
- Reprezentarea grafică a unei drepte de ecuație dată, verificând relația dintre coeficienți și poziția față de axele de coordonate
- Stabilirea ecuației traiectoriei unui proiectil de armă automată în faza inițială, utilizând date reale: unghi de tragere, poziția de tragere, punctul de impact măsurat

XI.CS.2.4. Prelucrarea datelor numerice sau simbolice asociate șirurilor de numere reale pentru a evidenția relații de variație, mărginire și comportament limită

- Calcularea și compararea diferențelor dintre termeni consecutivi pentru identificarea caracterului crescător, descrescător sau nemonoton al unui șir
- Determinarea unor termeni ai unui șir definit prin relație de recurență și observarea modului de variație a acestora
- Prelucrarea datelor numerice pentru estimarea limitelor unor șiruri prin tabele, calcule, grafic sau prin utilizarea unor instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială)

XI.CS.2.5. Prelucrarea datelor numerice, grafice și simbolice pentru a evidenția comportamentul limită și proprietățile de continuitate ale funcțiilor reale

<ul style="list-style-type: none"> - Calcularea, eventual cu ajutorul unor instrumente digitale, a valorilor unei funcții în vecinătatea unui punct-în vederea observării tendinței de apropiere a acestora de o valoare limită - Compararea valorilor unei funcții în jurul unui punct pentru a estima existența limitei funcției în acel punct - Utilizarea unor instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială) pentru explorarea comportamentului limită al unei funcții și pentru analizarea automată a continuității într-un punct
<p>XI.CS.2.6. Prelucrarea unor informații numerice, simbolice și grafice pentru a evidenția rolul derivatei întâi și al derivatei a doua în descrierea comportamentului unei funcții (monotonie, puncte de extrem, concavitate/convexitate, puncte de inflexiune)</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Calcularea derivatei unei funcții date pe un interval și observarea semnului acesteia pentru identificarea intervalelor de monotonie - Reprezentarea grafică a derivatei unei funcții studiate, pentru compararea cu graficul funcției inițiale și pentru observarea punctelor de extrem (acolo unde graficul derivatei intersectează axa Ox, funcția are punct de extrem, acolo unde graficul derivatei se află deasupra axei Ox, funcția crește, iar acolo unde graficul derivatei se află sub Ox, funcția scade) - Utilizarea unor instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială) pentru vizualizarea simultană a graficelor funcției și ale derivatelor de ordinul I și al II-lea, pentru identificarea automată a extremelor și a punctelor de inflexiune

CG.3 - Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

<p>XI. CS. 3.1 Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operațiilor cu matrice și determinanți</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Calcularea unor determinanți de ordin 2 și de ordin 3 (regula triunghiului, regula lui Sarrus) - Determinarea inversei unei matrice prin metoda Gauss - Rezolvarea unei ecuații matriceale cu ajutorul inversei matricei - Ridicare la putere a unei matrice pătrate prin diferite metode
<p>XI.CS.3.2. Aplicarea algoritmilor și metodelor de calcul în rezolvarea unui sistem de ecuații liniare</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Aplicarea metodei Gauss pentru rezolvarea sistemelor de ecuații liniare - Studierea compatibilității unui sistem de ecuații liniare (Kronecker-Capelli, Rouché) - Determinarea soluțiilor unui sistem simplu nedeterminat sau dublu nedeterminat - Rezolvarea unei ecuații matriceale cu ajutorul sistemelor de ecuații liniare - Aplicarea metodei Gauss de rezolvare a unui sistem de ecuații liniare care modelează distribuția muniției între trei unități aflate în zone diferite, pentru a identifica alocarea optimă în funcție de necesar și distanțe
<p>XI.CS.3.3. Utilizarea unor rezultate specifice geometriei analitice în calcularea ariilor unor suprafețe plane în contexte variate</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Utilizarea formulei de determinare a ariei unui triunghi cu ajutorul determinantului - Determinarea unor distanțe prin exprimarea ariei unui triunghi în două moduri - Rezolvarea unor probleme de optimizare în calcularea ariilor unor suprafețe plane, în contexte practice - Verificarea coliniarității a trei puncte prin mai multe metode (pantă, determinanți) - Calcularea ariei unei zone de impact potențial a unei piese de artilerie, utilizând coordonatele geografice ale punctelor care definesc perimetrul de siguranță
<p>XI.CS.3.4. Utilizarea rezultatelor specifice limitelor de șiruri și a tehnicilor de prelucrare a termenilor generali pentru calcularea limitelor de șiruri</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Utilizarea operațiilor cu șiruri convergente (de exemplu: limita sumei este egală cu suma limitelor) - Utilizarea criteriului majorării și a consecințelor sale - Utilizarea criteriului cleștelui în determinarea ariei discului
<p>XI.CS.3.5. Utilizarea criteriilor cu șiruri și a limitelor fundamentale în calcularea limitelor de funcții</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Utilizarea operațiilor cu limite de funcții (de exemplu, limita sumei este suma limitelor) - Utilizarea trecerii la limită într-o inegalitate - Construcția unei limite fundamentale necesară în rezolvarea unui caz de nedeterminare
<p>XI.CS.3.6. Utilizarea regulilor de derivare și a concluziilor teoremelor studiate în analizarea variației funcțiilor</p>

<ul style="list-style-type: none"> - Argumentarea existenței unor soluții ale ecuației $f(x) = 0$ într-un interval - Utilizarea consecințelor Teoremei lui Lagrange în studiul unei funcții (semnul derivatei I) - Stabilirea imaginii unei funcții - Utilizarea șirului lui Rolle în separarea soluțiilor ecuației $f(x) = 0$ - Demonstrarea unor inegalități cu ajutorul variației unei funcții - Studierea variației unei funcții în problemele de extrem
--

CG.4 - Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată

<p>XI.CS.4.1. Exprimarea în limbaj simbolic a unui determinant utilizând definiția sau dezvoltarea acestuia în funcție de elementele unei linii/coloane</p> <ul style="list-style-type: none"> - Formularea verbală și simbolică a condiției de inversabilitate a unei matrice - Exprimarea în limbaj matematic a proprietăților aplicate în calcularea unui determinant - Justificarea coliniarității a trei puncte utilizând condiția sub formă de determinant - Exprimarea determinantului care stabilește dacă trei poziții identificate prin senzori sunt coliniare (pentru validarea unei traiectorii)
<p>XI.CS.4.2. Exprimarea în limbaj specific matematicii a etapelor de rezolvare a unui sistem de ecuații liniare dat</p> <ul style="list-style-type: none"> - Transpunerea unui sistem de ecuații liniare în ecuație matriceală în diferite contexte matematice - Exprimarea în limbaj matematic a condiției de compatibilitate a unui sistem de ecuații liniare - Formularea concluziilor despre compatibilitatea unui sistem parametric și interpretarea rezultatelor obținute cu instrumentele digitale (aplicații de tip inteligență artificială)
<p>XI.CS.4.3. Exprimarea în limbaj matematic a relațiilor geometrice și a proprietăților caracterizate prin ecuații ale dreptelor în planul cartezian</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utilizarea formulei de determinare a ecuației unei drepte a cărei pantă se cunoaște și care trece printr-un punct dat - Determinarea pantei unei drepte din condiția de paralelism/perpendicularitate față de altă dreaptă - Exprimarea în limbaj matematic a modalităților de determinare a ecuației dreptei și a concluziilor privind poziția relativă a două drepte
<p>XI.CS.4.4. Exprimarea proprietăților numerice și a relațiilor de variație ale șirurilor de numere reale în limbaj specific analizei matematice</p> <ul style="list-style-type: none"> - Scrierea concluziilor privind caracterul crescător sau descrescător, utilizând simboluri matematice specifice - Explicarea comportamentului unui șir numeric pe baza datelor generate cu instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială), exprimând concluzia formalizată - Prezentarea verbală și/sau simbolică a proprietăților limitelor șirurilor în contexte practice
<p>XI.CS.4.5. Exprimarea în limbaj matematic a proprietăților unei funcții continue pentru stabilirea semnului funcției și/sau a imaginii acesteia</p> <ul style="list-style-type: none"> - Exprimarea în limbaj matematic a concluziilor despre existența limitei într-un punct - Formularea în limbaj specific a condițiilor de continuitate a unei funcții într-un punct - Utilizarea limbajului matematic specific (notații, simboluri, reprezentări) pentru redactarea și justificarea demersului de determinare a domeniului de continuitate/discontinuitățile unei funcții
<p>XI.CS.4.6. Exprimarea, în limbaj matematic standardizat, a proprietăților funcțiilor derivabile și a concluziilor privind comportamentul acestora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Exprimarea legăturii dintre semnul derivatei și caracterul de creștere sau descreștere al funcției - Formularea concluziilor, pe baza rezultatelor obținute în tabelul de variație, privind proprietățile funcției studiate - Exprimarea relației dintre derivata întâi/derivata a doua și forma graficului (de exemplu, crește concav/convex sau scade convex/concav)

CG.5 - Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

<p>XI.CS.5.1. Analizarea condițiilor de inversabilitate a unei matrice pătratică</p>

<ul style="list-style-type: none"> - Analizarea, prin exemple concrete, a situațiilor în care o matrice pătratică este sau nu este inversabilă, pe baza determinantului - Explorarea efectului modificării elementelor unei matrice asupra determinantului și asupra inversabilității, prin activitate interactivă, utilizând instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială) - Analizarea condițiilor de inversabilitate pentru o matrice parametrică și determinarea valorilor parametrului pentru care matricea devine singulară, cu verificare asistată prin instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială)
<p>XI.CS.5.2. Analizarea compatibilității unui sistem de ecuații liniare (rang, Kronecker–Capelli sau Rouché)</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Analizarea compatibilității unui sistem simplu de ecuații liniare, prin compararea numărului de ecuații și necunoscute și observarea relațiilor dintre ele - Determinarea compatibilității unui sistem de ecuații liniare prin compararea rangurilor matricelor asociate (Kronecker–Capelli), folosind instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială) pentru verificare - Analizarea compatibilității unui sistem de ecuații liniare cu parametru, cu determinarea valorilor parametrilor care modifică tipul de soluție (unic, infinit, nul), cu verificare asistată de instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială)
<p>XI.CS.5.3. Analizarea pozițiilor relative a două drepte în plan (paralele, concurente) în diferite configurații</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Analizarea relației de paralelism sau perpendicularitate dintre două drepte de ecuații date, prin compararea coeficienților/pantei - Calcularea unghiului a două drepte date prin ecuațiile lor, utilizând relațiile trigonometrice dintre pante - Analizarea poziției relative a două drepte definite prin condiții complexe, în vederea modelării geometrice a situației într-un context real
<p>XI.CS.5.4. Analizarea unui șir folosind proprietățile de monotonie și mărginire pentru studiul convergenței acestuia</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Analizarea caracterului de creștere sau descreștere al unui șir numeric dat explicit, prin compararea termenilor consecutivi - Determinarea și justificarea caracterului de monotonie și mărginire a unui șir definit explicit, prin raționament algebric și verificare grafică asistată de instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială) - Analizarea comportamentului unui șir definit recursiv, prin identificarea condițiilor de monotonie și mărginire, în vederea deducerii convergenței, utilizând instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială) de calcul simbolic - Estimarea limitei unui șir al temperaturilor interne ale unei arme după tragere repetată, într-un interval scurt de timp, folosind tabele și simulări IA pentru a evalua riscul de supraîncălzire
<p>XI.CS.5.5. Analizarea comportamentului unei funcții în vecinătatea unui punct prin calcularea limitelor laterale</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Observarea comportamentului grafic al unei funcții simple în apropierea unui punct dat, prin reprezentare și estimare vizuală a limitelor laterale - Calculul numeric al limitelor laterale pentru funcții cu discontinuități, folosind substituții succesive și verificare grafică asistată de instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială) - Analizarea comportamentului unei funcții în vecinătatea unui punct de discontinuitate, prin calcularea limitelor laterale și interpretarea tipului de înfinitate, asistată de instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială)
<p>XI.CS.5.6. Interpretarea datelor din tabelul de variație a unei funcții reale și evidențierea celor mai importante rezultate (valori minime, valori maxime, intervale de monotonie și de convexitate/concavități, puncte de inflexiune)</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Analizarea valorilor maxime și minime locale ale unei funcții, pe baza tabelului de variație completat - Completarea tabelului de variație al unei funcții date, pentru argumentarea proprietăților acesteia - Analizarea completă a unei funcții pe baza tabelului de variație, cu interpretarea semnificațiilor geometrice ale punctelor de extrem, de inflexiune, asistată de instrumente digitale (aplicații de tip inteligență artificială)

CG.6 - Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

<p>XI.CS.6.1. – Modelarea situațiilor de compatibilitate a unor ecuații matriceale folosind determinanți și matrice inversabile</p> <ul style="list-style-type: none"> - Modelarea unei situații de echilibru static (două forțe opuse sau două fluxuri egale) prin determinantul unei matrice de tip 2×2 - Modelarea transformărilor în plan, cu interpretarea determinantului ca factor de deformare și criteriu de inversabilitate - Modelarea sistemelor de echilibru prin inversa unei matrice pătratică
<p>XI.CS.6.2. Modelarea situațiilor practice (de exemplu, probleme de resurse, amestecuri, echilibru chimic) folosind sisteme de ecuații liniare</p> <ul style="list-style-type: none"> - Determinarea relațiilor dintre mărimile unei situații practice, exprimându-le printr-un sistem de ecuații liniare cu două necunoscute - Rezolvarea unor situații practice complexe cu trei necunoscute, prin modelare cu sisteme de ecuații liniare de ordin 3, interpretând soluția în contextul problemei - Modelarea unei situații interdisciplinare (chimie, economie sau ecologie) printr-un sistem de ecuații liniare cu parametri, interpretând compatibilitatea și soluțiile în contextul dat
<p>XI.CS.6.3. Modelarea situațiilor practice cu ajutorul conceptelor de geometrie analitică (distanțe, arii, coliniaritate)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Determinarea distanței dintre două puncte, cu aplicarea formulei în contexte practice simple - Determinarea ariei unei regiuni triunghiulare folosind coordonatele vârfurilor pe un model al unui context aplicat - Analizarea coliniarității punctelor în modelarea unei situații reale de proiectare (alinierea obiectelor pe un traseu)
<p>XI.CS.6.4. Modelarea unor procese de creștere sau descreștere (de exemplu, amortizare, dobânzi, populație) prin șiruri numerice</p> <ul style="list-style-type: none"> - Determinarea caracterului de creștere sau descreștere al unui proces economic simplu, prin construirea unui șir numeric după o regulă dată - Modelarea procesului de creștere compusă (de exemplu, dobândă compusă sau populație) prin șiruri și interpretarea ratei de creștere - Modelarea unui proces de descreștere (de exemplu, amortizarea unei mașini sau scăderea concentrației unei substanțe) prin șiruri, cu interpretarea economică a rezultatului
<p>XI.CS.6.5. Modelarea fenomenelor continue sau discontinue prin limite și funcții continue</p> <ul style="list-style-type: none"> - Analizarea comportamentului unei funcții elementare în apropierea unui punct, pentru a descrie un fenomen de tranziție continuă - Interpretarea limitelor laterale pentru o funcție definită pe ramuri, în contexte care modelează schimbări de comportament - Modelarea unui fenomen continuu cu variație rapidă în apropierea unui punct de tranziție, cu interpretarea limitei funcției ca valoare de echilibru
<p>XI.CS.6.6. Modelarea unor fenomene de variație continuă prin funcții (costuri, productivitate, optimizare)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Determinarea relației dintre două variabile dintr-un context economic sau practic, prin exprimarea acesteia printr-o funcție afină sau de gradul al doilea - Modelarea unui fenomen de productivitate sau randament printr-o funcție de gradul al doilea, cu determinarea intervalelor de creștere și/sau de descreștere - Analizarea unei funcții de cost sau profit prin derivare, interpretând în context economic punctele critice - Modelarea funcției de cost logistic al unei operațiuni și optimizarea acesteia prin identificarea punctelor de extrem

CONȚINUTURI

Domenii de conținut	Conținuturi
Algebră	<p>1. Matrice. Determinanți</p> <ul style="list-style-type: none"> Matrice; mulțimi de matrice. Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un număr complex, ridicarea la putere a unei matrice pătratice; proprietăți Noțiunea de permutare, compunerea permutărilor, proprietăți. Inversiuni, semnul unei permutări Determinant de ordin n, $n \in \mathbb{N}^*$, proprietăți Matrice inversabilă¹. Ecuații matriceale <p><i>Notă.¹ În aplicațiile practice se vor calcula inversele unor matrice pătratice din $M_n(\mathbb{C})$, cu $n \in \mathbb{N}^*$, $n \leq 4$.</i></p> <p>2. Sisteme de ecuații liniare</p> <ul style="list-style-type: none"> Sisteme de ecuații liniare¹, sisteme de tip Cramer Rangul unei matrice; studiul compatibilității și rezolvarea sistemelor de ecuații liniare: teorema Kronecker-Capelli, teorema lui Rouché Metoda lui Gauss pentru rezolvarea sistemelor de ecuații liniare și a ecuațiilor matriceale <p><i>Notă.¹ În aplicațiile practice se vor rezolva sisteme cu cel mult 4 ecuații și cel mult 4 necunoscute</i></p>
Geometrie analitică	<p>3. Elemente de geometrie analitică - drepte în planul cartezian</p> <ul style="list-style-type: none"> Panta unei drepte; unghiul a două drepte; condiții de paralelism și de perpendicularitate Ecuația unei drepte care trece printr-un punct dat și are panta dată; ecuația explicită a dreptei; ecuația unei drepte care trece prin două puncte date; ecuația generală a dreptei; condiția de coliniaritate a trei puncte în plan Distanța de la un punct la o dreaptă; aria unui triunghi <p><i>Notă: Ecuația unei drepte care trece prin două puncte date, condiția de coliniaritate a trei puncte în plan și aria unui triunghi se abordează și ca aplicații ale determinanților în geometrie.</i></p>
Analiză matematică	<p>4. Mulțimea numerelor reale. Limite de șiruri</p> <ul style="list-style-type: none"> Mulțimea numerelor reale, mulțimi mărginite/nemărginite; dreapta reală încheiată; vecinătăți Limita unui șir: proprietăți¹, subșiruri, șiruri convergente/divergente, limitele șirurilor $(n^a)_{n \geq 1}$ și $(q^n)_{n \geq 1}$; trecerea la limită în inegalități Operații cu șiruri convergente Criterii de existență a limitei unui șir (criteriul majorării – consecințe; criteriul cleștelui) Monotonie, mărginire, convergență; teorema lui Weierstrass (fără demonstrație); șirul cu termen general $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, numărul e; $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + x_n)^{\frac{1}{x_n}} = e$, unde $x_n \rightarrow 0$ și $x_n \neq 0$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$ Operații cu șiruri care au limită; cazuri de nedeterminare <p><i>Note.¹ Se vor prezenta: unicitatea limitei, limita nu se schimbă la adăugarea/eliminarea unui număr finit de termeni.</i></p> <p>5. Limite de funcții. Continuitate</p> <ul style="list-style-type: none"> Punct de acumulare; punct izolat; limita unei funcții într-un punct (definiția cu șiruri); limite laterale Operații cu limite de funcții, proprietăți; limitele funcțiilor uzuale, lecturi grafice¹

Domenii de conținut	Conținuturi
	<ul style="list-style-type: none"> • Limite fundamentale: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$, $a > 0$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^r - 1}{x} = r$, $r \in \mathbb{R}$ • Continuitatea unei funcții într-un punct: criteriul cu șiruri, continuitate laterală, puncte de discontinuitate; continuitatea unei funcții pe o mulțime; operații cu funcții continue • Proprietatea valorilor intermediare; semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale, studiul existenței soluțiilor unor ecuații în \mathbb{R}. Continuitatea inversei unei funcții bijective și continue (fără demonstrație) <p><i>Notă.</i> ¹Se vor evidenția limitele funcțiilor uzuale studiate (putere, radical, exponențială, logaritmică, trigonometrice) în punctele de acumulare ale domeniului maxim de definiție.</p> <p>6. Funcții derivabile</p> <ul style="list-style-type: none"> • Derivata unei funcții într-un punct, derivate laterale, legătura dintre derivabilitate și continuitate, interpretare geometrică: tangenta la o curbă, puncte unghiulare, puncte de întoarcere • Funcții derivabile, derivatele funcțiilor uzuale studiate, operații cu funcții derivabile, reguli de derivare, derivate de ordin al II-lea • Puncte de extrem ale unei funcții, teorema lui Fermat, teorema lui Rolle (fără demonstrație); șirul lui Rolle, teorema lui Lagrange, consecințe ale teoremei lui Lagrange, teoremele lui L'Hôpital (fără demonstrație) • Studiul variației funcțiilor cu ajutorul derivatelor I¹ și a II-a² • Aplicații ale derivatelor în contexte date de alte domenii <p><i>Notă.</i> ¹Se evidențiază intervalele de monotonie și punctele de extrem ale unei funcții, în tabelul de variație. ² Se definesc: funcția convexă, funcția concavă, punctul de inflexiune; se introduce caracterizarea convexității/concavității unei funcții pe baza semnelor derivatei a II-a; se introduce caracterizarea punctului de inflexiune cu derivata a II-a. Se evidențiază intervalele de convexitate/concavitate și punctele de inflexiune ale unei funcții, în tabelul de variație.</p>

**COMPETENȚE SPECIFICE (CS)
ȘI
EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE**

CG.1 - Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

XII.CS.1.1. Identificarea conicelor și a elementelor lor caracteristice
<ul style="list-style-type: none"> - Identificarea elementelor unei conice (coordonatele centrului cercului și ale focarelor elipsei, hiperbolei și parabolei, lungimea razei cercului și a semiaxelor elipsei și hiperbolei), folosind definițiile sintetice ale acestora - Identificarea elementelor unei conice (coordonatele centrului cercului și ale focarelor elipsei, hiperbolei și parabolei, lungimea razei cercului și a semiaxelor elipsei și hiperbolei) căreia i se cunoaște reprezentarea grafică - Recunoașterea tipului de conică, după forma ecuației sale canonice sau a reprezentării grafice - Identificarea funcțiilor a căror reuniune a graficelor reprezintă o conică dată - Identificarea tipului de conică utilizată într-un sistem militar de localizare
XII.CS.1.2. Identificarea proprietăților unor funcții reprezentate în diferite moduri
<ul style="list-style-type: none"> - Identificarea dintr-un tabel de variație dat a intervalelor de monotonie și a punctelor de extrem ale unei funcții - Recunoașterea de pe o reprezentare grafică dată a intervalelor de monotonie și a punctelor de extrem ale unei funcții - Identificarea intervalelor de convexitate sau concavitate ale unei funcții și a punctelor sale de inflexiune, folosind un tabel de variație dat sau o reprezentare grafică dată - Analiza grafică a traiectoriei balistice!!!!
XII.CS.1.3. Identificarea legăturilor dintre o funcție și derivata sau primitiva acesteia
<ul style="list-style-type: none"> - Identificarea unei funcții când se cunoaște o primitivă a sa, prin raportare la formulele de derivare studiate - Identificarea primitivelor unei funcții continue uzuale, prin raportare la formulele de derivare studiate - Stabilirea legăturii dintre două primitive ale unei funcții definite pe un interval de numere reale - Recunoașterea unor funcții și a derivatelor lor care apar în integralele nedefinite - Identificarea relației dintre consumul instantaneu (o funcție dată) și consumul total (primitiva funcției date) de combustibil al unui transportor blindat
XII.CS.1.4. Identificarea elementelor care conduc la calcularea și utilizarea unei integrale definite
<ul style="list-style-type: none"> - Identificarea unor diviziuni și a unor sisteme de puncte intermediare pentru un interval compact - Identificarea unor suprafețe plane, reprezentate într-un reper cartezian, delimitate de graficele unor funcții continue, de axe de coordonate și de drepte verticale - Recunoașterea corpurilor obținute prin rotația în jurul axei Ox a subgraficului unei funcții continue $f : [a, b] \rightarrow [0, \infty)$ - Recunoașterea unui șir care poate fi scris ca sumă Riemann pentru o funcție continuă dată

CG.2 - Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

XII.CS.2.1. Utilizarea definițiilor geometrice ale conicelor pentru a le deduce ecuațiile canonice
<ul style="list-style-type: none"> - Deducerea ecuației canonice a cercului, utilizând centrul și raza acestuia - Deducerea ecuației canonice a elipsei și a hiperbolei, folosind distanțele dintre un punct oarecare de pe acestea și focare - Deducerea ecuației canonice a parabolei, folosind focarul și directoarea acesteia
XII.CS.2.2. Utilizarea definițiilor geometrice și a cunoștințelor de analiză matematică pentru determinarea asimptotelor unor funcții
<ul style="list-style-type: none"> - Determinarea ecuațiilor asimptotelor orizontale sau oblice ale unor funcții pe baza studiului limitelor acestora spre infinit și minus infinit - Determinarea numerelor reale pentru care este posibil ca o funcție să admită asimptote verticale

- Stabilirea ecuațiilor asimptotelor verticale ale unei funcții, prin studiul limitelor acesteia în capetele reale ale domeniului său de definiție sau în punctele sale de discontinuitate
XII.CS.2.3. Utilizarea unor concepte matematice pentru a stabili dacă o funcție admite sau nu primitive
- Stabilirea cu ajutorul continuității a existenței primitivelor unei funcții - Stabilirea legăturii dintre teorema lui Darboux și faptul că funcțiile care au primitive nu pot avea puncte de discontinuitate de speța întâi - Deducerea faptului că o funcție definită pe un interval nu are primitive dacă imaginea sa nu este un interval
XII.CS.2.4. Prelucrarea unor concepte matematice pe baza cărora se obțin metode pentru determinarea integralelor definite ale unor funcții
- Calcularea sumei Riemann asociate unei funcții, unei diviziuni și unui sistem de puncte intermediare și interpretarea geometrică a acesteia, pentru cazul unei funcții continue și pozitive - Utilizarea formulei Leibniz-Newton pentru calcularea integralei definite a unei funcții continue - Deducerea unor proprietăți și metode de calcul ale integralei definite, prin realizarea unor legături cu regulile de derivare (formula de integrare prin părți, schimbarea de variabilă)

CG.3 - Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

XII.CS.3.1. Utilizarea unor algoritmi pentru reprezentarea grafică a conicelor
- Determinarea elementelor unei conice (coordonatele centrului cercului și ale focarelor elipsei, hiperbolei și parabolei, lungimea razei cercului și lungimile semiaxelor elipsei și hiperbolei) careia i se cunoaște ecuația canonică - Determinarea ecuațiilor dreptelor caracteristice ale unor conice (asimptotele hiperbolei, dreapta directoare a parabolei) - Reprezentarea grafică a conicelor, folosind ecuațiile canonice ale acestora
XII.CS.3.2. Prelucrarea calitativă a asimptotelor și proprietăților derivatei întâi și derivatei a doua ale unei funcții, în vederea trasării graficului acesteia
- Interpretarea geometrică a comportamentului asimptotic al graficului unor funcții date - Interpretarea geometrică a intervalelor de monotonie și a punctelor de extrem ale unei funcții derivabile, cu ajutorul semnelor primei derivate a acesteia - Interpretarea geometrică a intervalelor de convexitate sau concavitate și a punctelor de inflexiune ale unei funcții de două ori derivabile, cu ajutorul derivatei a doua a acesteia
XII.CS.3.3. Prelucrarea unor concepte matematice pe baza cărora se obțin metode pentru determinarea primitivelor unor funcții
- Determinarea mulțimii primitivelor unor funcții continue, folosind primitivele funcțiilor uzuale și proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite - Deducerea și aplicarea pe exemple simple a metodei de integrare prin părți pentru calcularea integralelor nedefinite a unei funcții continue, prin realizarea legăturii cu regula de derivare a produsului a două funcții derivabile - Deducerea și aplicarea pe exemple simple a metodei de schimbare de variabilă pentru calcularea integralelor nedefinite a unei funcții continue, prin realizarea legăturii cu regula de derivare a compusei a două funcții derivabile
XII.CS.3.4. Aplicarea metodelor de calcul pentru determinarea integralei definite a unei funcții
- Calcularea integralei definite, folosind metoda integrării prin părți - Calcularea integralei definite, folosind metoda schimbării de variabilă - Calcularea integralelor definite ale unor funcții raționale sau reductibile la funcții raționale

CG.4 - Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată

XII.CS.4.1. Stabilirea elementelor unor configurații geometrice
- Stabilirea pozițiilor relative ale unei conice față de o dreaptă - Stabilirea pozițiilor relative a două conice - Determinarea ecuației tangentei la o conică într-un punct al acesteia (prin dedublare)
XII.CS.4.2. Trasarea reprezentării grafice a unei funcții utilizând informațiile din tabelul său de variație și eventualele sale asimptote

- Organizarea într-un tabel de variație a informațiilor despre monotonia, extremele, intervalele de concavitate/convexitate și asimptotele unei funcții
- Reprezentarea grafică a asimptotelor unei funcții
- Folosirea tabelului de variație și a eventualelor asimptote pentru a reprezenta grafic o funcție

XII.CS.4.3. Aplicarea unor metode de calcul adecvate pentru determinarea primitivelor unei funcții

- Identificarea opțiunilor de a alege părțile și de calculare a integralei nedefinite a unor funcții cu ajutorul formulei de integrare prin părți
- Calcularea integralelor nedefinite ale unor funcții compuse, identificând opțiuni de a alege schimbarea de variabilă (aplicație: primitivele funcțiilor care conțin un trinom de gradul al doilea de tipul $\int \frac{mx+n}{ax^2+bx+c} dx$, $\int \frac{mx+n}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$)
- Determinarea primitivelor funcțiilor raționale simple

XII.CS.4.4. Folosirea continuității sau a monotoniei unei funcții pentru a stabili proprietăți ale integralei sale definite

- Interpretarea geometrică a teoremei de medie în diferite contexte matematice
- Aproximarea valorii unei integrale definite, prin încadrarea acesteia între două constante, folosind monotonia integralei și teorema de medie
- Folosirea monotoniei pentru compararea unor integrale definite
- Utilizarea teoremei de existență a primitivelor unei funcții continue în diferite contexte matematice (determinarea unei primitive cu anumite proprietăți, calcularea unor limite de funcții care conțin primitive, folosind integrala definită)

CG.5 - Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

XII.CS.5.1. Determinarea ecuațiilor unor conice cu diferite caracteristici particulare

- Determinarea ecuației unui cerc care îndeplinește anumite condiții (de exemplu, trece prin trei puncte date, sau trece printr-un punct fix și este tangent unei drepte date)
- Determinarea ecuațiilor unor elipse, hiperbole sau parabole care îndeplinesc anumite condiții
- Determinarea ecuației hiperbolei echilaterare raportată la asimptote, folosind rotația cu centrul în originea reperului cartezian și unghiul cu măsura de $\frac{\pi}{4}$; reprezentarea grafică a acesteia, utilizând cunoștințele despre graficele de funcții

XII.CS.5.2. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații concrete, utilizând reprezentarea grafică a funcțiilor

- Utilizarea reprezentării grafice a unei funcții pentru a analiza numărul soluțiilor unei ecuații
- Compararea metodei grafice pentru obținerea numărului soluțiilor reale ale unei ecuații cu cea a șirului lui Rolle
- Compararea graficului unei funcții obținut prin studiu analitic, cu reprezentarea sa numerică, realizată folosind diferite instrumente digitale

XII.CS.5.3. Interpretarea proprietăților unei funcții și a metodelor de integrare, pentru a îi determina primitivele

- Aplicarea metodelor de integrare adecvate pentru diferite tipuri de funcții, folosind particularitățile acestora
- Aplicarea corelată a metodelor de integrare studiate, pentru calcularea primitivelor unor funcții
- Calcularea primitivelor unor funcții raționale cu gradul numitorului ≤ 4 , folosind descompunerea în fracții simple și metodele de integrare studiate

XII.CS.5.4. Alegerea criteriilor adecvate pentru stabilirea integrabilității unei funcții

- Evidențierea prin exemple și contraexemple a relației dintre integrabilitatea unei funcții și proprietatea acesteia de a avea primitive
- Stabilirea integrabilității unei funcții cu ajutorul definiției sau a unor criterii: integrabilitatea unei funcții mărginite cu un număr finit de puncte de discontinuitate, a unei funcții continue, a unei funcții monotone sau a unei funcții care diferă de o altă funcție integrabilă într-un număr finit de puncte
- Justificarea faptului că o funcție nu este integrabilă, cu ajutorul proprietății de mărginire a unei funcții integrabile.
- Calcularea integralei definite a unor funcții integrabile care au ramuri, prin aplicarea proprietății de aditivitate la interval.

CG.6 - Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

XII.CS.6.1. Utilizarea funcțiilor integrabile pentru calcularea unor arii delimitate de conice
<ul style="list-style-type: none">- Determinarea coordonatelor punctelor de intersecție dintre o dreaptă și o conică și calcularea ariei unei suprafețe delimitate de acestea, utilizând ecuațiile lor canonice și funcțiile integrabile- Determinarea coordonatelor punctelor de intersecție a două conice și calcularea ariei unei suprafețe delimitate de acestea, utilizând ecuațiile lor canonice și funcțiile integrabile- Folosirea unor instrumente digitale pentru verificarea rezultatelor obținute calculând cu ajutorul integralelor arii ale unor suprafețe plane mărginite de conice sau de conice și drepte
XII.CS.6.2. Modelarea unor situații concrete care conduc la studiul graficului unei funcții
<ul style="list-style-type: none">- Determinarea aproximativă a soluțiilor unei ecuații de forma $f(x)=m$, $m \in \mathbb{R}$, prin reprezentarea grafică a funcției implicate și a dreptei orizontale de ecuație $y = m$- Determinarea aproximativă a soluțiilor unei ecuații de forma $f(x)=g(x)$ prin reprezentarea grafică a funcțiilor implicate- Trasarea unor grafice prezente în fenomenele fizice, în vederea folosirii acestora pentru studiul punctelor lor de extrem pe anumite intervale (de exemplu, reprezentările grafice ale transformărilor adiabatice din termodinamică)
XII.CS.6.3. Modelarea unor situații concrete care conduc la calcularea unei integrale nedefinite
<ul style="list-style-type: none">- Modelarea unor situații concrete care conduc la noțiunea de integrală nedefinită- Stabilirea unor proprietăți ale primitivelor unei funcții (monotonie, existența unor puncte de extrem, convexitate, concavitate etc.)- Stabilirea unor relații de recurență pentru calcularea unor integrale nedefinite ale unor funcții care depind de un parametru număr natural
XII.CS.6.4. Modelarea problemelor din diferite domenii prin utilizarea integralelor definite
<ul style="list-style-type: none">- Calcularea limitelor unor șiruri cu ajutorul integralei definite- Determinarea valorilor unor mărimi cu caracter geometric: aria subgraficului unei funcții continue, aria unei suprafețe plane delimitate de axele de coordonate, de graficele unor funcții continue și de drepte verticale, volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a subgraficului unei funcții continue și pozitive, coordonatele centrului de greutate al unei plăci plane omogene- Calcularea ariilor unor suprafețe plane delimitate de conice: aria discului, aria suprafeței reprezentate de interiorul unei elipse, ariile unor suprafețe delimitate de parabole sau de hiperbole- Calcularea volumelor corpurilor de rotație studiate (cilindru, con, trunchi de con și sferă), determinate prin rotația în jurul axei Ox a subgraficului unei funcții continue și pozitive- Modelarea matematică a unor probleme de fizică (de exemplu, calcularea lucrului mecanic efectuat de o forță variabilă, determinarea volumului de lichid evacuat într-un interval de timp printr-o conductă cu debitul $Q:[0,t] \rightarrow \mathbb{R}$, $Q(t)=3t^2$, modelarea energiei consumate într-un interval de timp de un aparat electric având puterea instantanee $P:[0,\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $P(t)=5\sin t$)

Domenii de conținut	Conținuturi
Geometrie	<p>1. Conice</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cercul, elipsa, hiperbola, parabola; reprezentare grafică, proprietăți • Intersecția unei conice cu o dreaptă, intersecția a două conice, tangenta printr-un punct al unei conice la aceasta <p><i>Notă: Prezentarea conicelor se va face folosind cunoștințe de geometrie sintetică și analitică, iar pentru trasarea graficului acestora se vor folosi, eventual, cunoștințele generale de reprezentare grafică a funcțiilor și/sau instrumente digitale.</i></p>
Analiză matematică	<p>2. Reprezentarea grafică a funcțiilor</p> <ul style="list-style-type: none"> • Asimptotele funcțiilor reale (orizontale, oblice, verticale) • Reprezentarea grafică a funcțiilor • Rezolvarea grafică a ecuațiilor; utilizarea reprezentării grafice a funcțiilor pentru determinarea numărului de soluții ale unei ecuații <p><i>Notă: Se pot utiliza instrumente digitale pentru verificarea reprezentărilor grafice ale funcțiilor și pentru verificarea numărului de soluții ale unei ecuații.</i></p>
	<p>3. Primitive</p> <ul style="list-style-type: none"> • Primitivele unei funcții; teorema lui Darboux și legătura dintre proprietatea valorilor intermediare și funcțiile care au primitive; integrala nedefinită a unei funcții, proprietăți • Primitivele unor funcții continue uzuale • Formula de integrare prin părți • Formula $\int (f \circ u)(x) \cdot u'(x) dx = (F \circ u)(x) + C$ • Primitivele funcțiilor raționale
	<p>4. Funcții integrabile</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diviziuni, sume Riemann; funcții integrabile, integrala definită; clase de funcții integrabile: funcții monotone și funcții continue; formula Leibniz-Newton; calculul limitelor unor șiruri folosind sume Riemann • Proprietățile funcțiilor integrabile: mărginire, liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare, proprietatea de ereditate, stabilitatea integralei față de modificarea valorilor funcției într-un număr finit de puncte • Teorema de medie, interpretare geometrică. Teorema de existență a primitivelor unei funcții continue • Metode de integrare: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă • Aplicații: aria unei suprafețe plane, volumul unui corp de rotație, centrul de greutate al unei plăci plane omogene <p><i>Notă: Pentru verificarea rezultatelor se pot folosi instrumente digitale.</i></p>

SUGESTII METODOLOGICE

Programa școlară de matematică pentru TC + CS continuă demersul formativ început în gimnaziu, urmărind dezvoltarea raționamentului logic, a capacității de abstractizare și de modelare matematică, a competențelor de validare, utilizare și transfer al cunoașterii.

Proiectarea și desfășurarea activităților de învățare vor valorifica competențele formate în anii anteriori și le vor dezvolta, în conformitate cu stadiul de maturizare a elevilor. Introducerea noțiunilor din fiecare domeniu de conținut se va realiza intuitiv, plecând de la exemple din realitatea înconjurătoare sau legate de cunoștințele anterioare, urmând ca mai apoi ele să fie descrise riguros, folosind definiții și teoreme formulate respectând regulile logicii matematice.

Se vor folosi metodele investigative și cele bazate pe proiecte pentru facilitarea explorării unor situații problemă, pentru asimilarea la nivel individual a cunoștințelor, pentru a include reflecțiile și discuțiile elevilor în abordarea diferitelor conținuturi. Se va pune un accent deosebit pe colaborarea elevilor, pe dezvoltarea unei culturi bazate pe argumente, raționamente și dialog, pe asumarea, înțelegerea și remedierea erorilor și a concepțiilor eronate, pe responsabilitate. Conținuturile vor fi abordate prin contexte semnificative care permit strategii multiple de rezolvare astfel ca elevii să aibă șansa de a elabora planul propriilor investigații crescând astfel gradul de implicare, motivarea, conștientizarea și autoeficacitatea.

Se recomandă îmbinarea metodelor tradiționale cu cele interactive și digitale, precum și utilizarea evaluării formative prin sarcini aplicative, portofolii sau autoevaluare. Diferențierea activităților și valorificarea aplicațiilor practice vor contribui la dezvoltarea gândirii analitice și la formarea competențelor de modelare matematică. Modalitățile de organizare a activităților de învățare (frontale, individuale sau pe grupe) se vor adapta particularităților clasei de elevi, resurselor disponibile și finalităților vizate. Este necesară utilizarea metodelor și mijloacelor didactice care să favorizeze implicarea activă a elevului în propriul proces de învățare, inclusiv a mijloacelor TIC sau a unor softuri dedicate.

În cadrul procesului de predare-învățare-evaluare, componenta evaluare are un rol fundamental. Deoarece este necesară asigurarea unui feedback permanent și corespunzător, se va urmări accentuarea dimensiunii formative a evaluării. Astfel, se va monitoriza nivelul de formare și dezvoltare a competențelor specifice asociate fiecărui domeniu de conținut și, implicit, se va orienta demersul didactic spre trecerea la domeniul de conținut următor, spre aprofundarea unor aspecte sau spre revenirea asupra aspectelor deficitare, prin alocarea unui timp suplimentar de studiu, având mereu în vedere zona proximei dezvoltări.

În derularea activităților remediale, se recomandă identificarea formulelor standardizate în parcurgerea enunțurilor matematice și în descrierea modalităților de soluționare a acestora, evidențierea etapelor de rezolvare ale unei probleme, eventual folosind diferite forme grafice de prezentare/vizualizare a unor elemente matematice, utilizarea schemelor logice și a diagramelor logice de lucru în rezolvarea de probleme. Este esențială implicarea directă a elevilor în analizarea datelor unei probleme și în identificarea, explicarea și eventual compararea unor variante de rezolvare, precum și evaluarea/oferirea de feedback, de către profesor, pentru fiecare etapă de lucru.

În concluzie, profesorul trebuie să proiecteze activități de învățare eficiente pentru formarea și dezvoltarea competențelor specifice, cu accent pe observare, pe formularea de ipoteze, pe argumentare/justificare, pe analiză și pe modelare.

Clasa a IX-a

Elementele de logică matematică urmăresc dezvoltarea capacității elevilor de a interpreta corect enunțuri și de a-și formula în mod corect ideile, atât în raport cu texte și prezentări științifice, cât și în ceea ce privește comunicarea socială, cotidiană. În parcurgerea acestui capitol se va face, de fiecare dată, legătura dintre exprimarea formală și cea colocvială, urmărindu-se felul în care operațiile logice contribuie la înțelegerea enunțului studiat. Studiul elementelor de logică matematică se va axa pe evidențierea valorii de adevăr a unor enunțuri care se referă la fapte matematice simple, precum și pe precizarea structurii logice a unor enunțuri diverse.

În studiul inducției matematice se va insista pe ideea că aceasta este o metodă de a demonstra valabilitatea unor afirmații referitoare la o infinitate de numere naturale, studiind atât exemple în care proprietatea sugerată de câteva cazuri particulare este adevărată (cu verificarea riguroasă) cât și exemple în care proprietatea este falsă.

Studiul **șirurilor și progresiilor** constituie un prilej de consolidare a relației dintre reprezentarea numerică și cea algebrică a regularităților, facilitând trecerea spre un mod de gândire algoritmic și predictiv.

Abordarea noțiunilor din această unitate de conținut se va realiza pornind de la situații concrete, accesibile elevilor, prin observarea și formularea regulilor prin care se poate genera un șir și, în particular, o succesiune de tip progresie. Exercițiile vor urmări evidențierea unor contexte variate în care trebuie folosită formula termenului general sau suma primilor n termeni ai unei progresii.

Elevii vor fi îndrumați și să compare tipurile de progresii și să observe diferențele dintre creștere liniară și exponențială, cu accent pe semnificația practică a rezultatelor obținute. Se recomandă integrarea progresiilor în contexte practice și interdisciplinare (de exemplu, calculul dobânzii simple și al celei compuse)

În cadrul capitolului **Proprietăți generale ale funcțiilor** se va face de fiecare dată legătura între descrierea formală a unei proprietăți (monotonie, injectivitate/surjectivitate, semn) și ilustrarea ei din punct de vedere grafic. Pentru a descrie imaginea unor funcții se vor folosi exemple în care domeniul de definiție este finit sau discret, precum și (fără demonstrație) faptul că imaginea unui interval printr-o funcție afină este tot un interval.

La **Funcția de gradul al doilea** se vor evidenția proprietățile acesteia (monotonie, punct de extrem semn) atât intuitiv cât și formal.

La rezolvarea sistemelor de ecuații, se va accentua faptul că abordarea de bază este substituția (fie directă, fie obținută în urma unor prelucrări inițiale). De asemenea, se va sublinia conjuncția care trebuie folosită („și” ori „sau”) în rezolvarea sistemului analizat.

Pentru **Funcția putere cu exponent întreg** se vor demonstra injectivitatea și monotonia, iar surjectivitatea se va justifica doar la nivel intuitiv. Ca atare, tot la nivelul intuitiv vor fi definiți și radicalii. Proprietățile funcției radical vor fi justificate prin faptul că ea este inversa funcției putere și prin proprietățile funcției putere. În rezolvarea ecuațiilor și inecuațiilor cu radicali se va pune accent pe echivalențele de tipul:

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow f(x) = g^2(x) \text{ și } g(x) \geq 0;$$

$$\sqrt[3]{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow f(x) = g^3(x);$$

$$\sqrt{f(x)} \geq g(x) \Leftrightarrow f(x) \geq g^2(x) \text{ sau } f(x) \geq 0 \geq g(x).$$

Studiul **Funcțiilor trigonometrice** vizează introducerea, cu ajutorul cercului trigonometric, a funcțiilor sinus și cosinus pe intervalul $[0, 2\pi]$, extinderea acestora la mulțimea numerelor reale, precum și definirea funcțiilor tangentă și cotangentă pentru toate numerele reale pentru care aceasta este posibil. Se vor evidenția unele proprietăți algebrice simple ale acestora, legate de folosirea. Accentul se va pune pe deducerea valorilor funcțiilor trigonometrice în anumite puncte, folosind particularitățile acestora, precum și pe evidențierea unor proprietăți ale acestor funcții folosind metoda lecturii grafice. Inversele funcțiilor trigonometrice vor fi definite făcând apel la grafic sau la o interpretare geometrică și vor fi studiate doar din punctul de vedere al precizării valorilor acestora în punctele remarcabile.

În rezolvarea ecuațiilor trigonometrice se vor evidenția soluțiile dintr-un interval de lungime convenabilă (de preferință, de lungime egală cu perioada funcției) și nu neapărat mulțimea soluțiilor obținute prin folosirea unei formule globale.

La **Aplicații ale trigonometriei în geometrie** se va evidenția felul în care proprietățile de la acest capitol pot fi folosite în rezolvarea triunghiurilor sau la calcularea anumitor elemente metrice ale unei figuri. Se va pune în evidență utilitatea trigonometriei în studierea unor configurații geometrice, precum și în situații din viața reală (măsurători indirecte, triangulație GPS, astronomie, arhitectură, geografie, navigație etc.). În rezolvarea problemelor de geometrie se va insista pe demonstrații, care reprezintă instrumente-cheie de educare a raționamentului deductiv și a gândirii critice.

Clasa a X-a

La **Funcția putere cu exponent real, funcția exponențială, funcția logaritmică**, introducerea noțiunii de putere cu exponent real se va realiza intuitiv, pornind de la ideea de aproximare și extinderea conceptului de exponent rațional. În predarea funcției putere cu exponent real se recomandă utilizarea unei abordări progresive, care se bazează pe cunoștințele anterioare ale elevilor despre puteri cu exponent natural, întreg și rațional. Se recomandă utilizarea reprezentărilor grafice și a instrumentelor digitale pentru a explora variația funcției și pentru a evidenția proprietățile acesteia. În studiul funcției exponențiale și al funcției logaritmice, accentul se va pune pe observarea relației dintre cele două funcții, pe interpretarea grafică și pe aplicarea lor în contexte reale (proces de creștere sau scădere, fenomene fizice, modele economice).

Activitățile de învățare vor include exerciții de rezolvare a ecuațiilor și inecuațiilor exponențiale și logaritmice, cu accent pe raționamentul matematic și pe argumentarea demersurilor făcute.

În studierea **Elementelor de combinatorică** se recomandă să pornească de la situații concrete pentru a se deduce regula sumei și regula produsului. Profesorul poate utiliza reprezentări vizuale (diagrame de tip

arbore, tabele) și activități practice (organizarea unor seturi, dispuneri sau selecții) pentru a sprijini formarea raționamentului combinatoric. În definirea permutărilor, aranjamentelor și combinațiilor se va pune accent atât pe descrierea lor riguroasă și pe cea colocvială. Aplicațiile digitale și simulările pot contribui la explorarea variațiilor posibile și la descoperirea relațiilor dintre conceptele de bază.

Pentru combinații se recomandă evidențierea proprietăților prin activități exploratorii, precum construirea triunghiului lui Pascal și identificarea legăturilor cu binomul lui Newton. Evaluarea va pune accent pe procesul de gândire, nu doar pe rezultatul numeric, încurajând reflecția și formularea de strategii alternative de rezolvare.

Introducerea **Numerelor complexe** pornește de la necesitatea extinderii mulțimii numerelor reale pentru a descrie soluțiile „imaginare” ale unei ecuații precum $x^2 = -1$. Studiul acestui capitol urmărește înțelegerea modului în care numerele complexe asigură coerența operațiilor algebrice și continuitatea conceptelor matematice, precum și formarea unei perspective unitare asupra diferitelor forme de reprezentare a unui număr complex – algebrică, trigonometrică și geometrică.

În activitățile de predare-învățare se va urmări dezvoltarea gândirii analitice și abstracte prin explorarea proprietăților numerelor complexe, a relațiilor dintre formă și operații, precum și prin interpretarea geometrică a acestora în planul complex. De asemenea, pot fi realizate conexiuni cu științele aplicate, prin analiza situațiilor în care numerele complexe descriu fenomene periodice, oscilații sau procese electrice și mecanice.

Studiul **Polinoamelor cu coeficienți complecși** are la bază generalizarea calculului numeric și extinderea operațiilor algebrice la expresii care conțin variabile. Conținuturile capitolului urmăresc formarea unei înțelegeri unitare asupra operațiilor cu polinoame și a proprietăților care decurg din acestea, cu accent pe conexiunile dintre coeficienți și rădăcini, pe condițiile de divizibilitate și pe interpretarea rezultatelor în contexte variate. Se va insista pe determinarea rădăcinilor unor polinoame „simple” folosind descompunerea în factori, obținută prin folosirea unor formule adecvate sau a proprietăților de divizibilitate.

Se va face corelația cu științele aplicate, prin modelarea proceselor care pot fi descrise prin relații polinomiale.

La **Probabilități** se va urmări modelarea unor evenimente din viața cotidiană (extragerea de bilete la tombolă, apariția unei combinații de zaruri, roata norocului, combinații de cifre la loterie, extragerea unei cărți de joc, moștenirea trăsăturilor genetice etc.). Se va insista pe ideea că, în formula de calcul a probabilității unui eveniment, evenimentele elementare trebuie să aibă aceeași șansă teoretică de apariție.

În folosirea probabilităților condiționate se va accentua abordarea la nivel intuitiv, evidențiindu-se faptul că independența evenimentelor trebuie înțeleasă ca o chestiune de bun-simț, urmând a fi admisă în funcție de context.

Abordarea conținuturilor de **Statistică matematică** se va realiza prin activități practice și proiecte scurte, care valorifică experiențele elevilor și realizează conexiuni cu realitatea. Se recomandă colectarea și organizarea datelor prin chestionare, sondaje și instrumente digitale (Google Forms, Excel), urmate de reprezentarea grafică (diagrame, histograme, boxplot) și interpretarea rezultatelor. Elevii pot lucra colaborativ în analiza unor situații reale, pentru a dezvolta gândirea critică și responsabilitatea. Activitățile vor încuraja compararea seturilor de date, calcularea mărimilor caracteristice și interpretarea abaterilor standard. Accentul se va pune pe procesul de învățare, pe corectitudinea raționamentului, pe interpretarea datelor și pe capacitatea elevilor de a comunica concluziile într-un mod clar și argumentat.

Un rol important în predarea conceptelor/noțiunilor despre sondaje îl au aplicațiile practice care vor aborda teme de interes, potrivite pentru elevi în funcție de profil/specializare/domeniu de calificare (teme privind viața școlară, teme privind activitățile din timpul liber, teme legate de divertisment, rolul tehnologiei în educație, atitudini față de anumite produse/servicii, orientarea în cariera profesională etc.). Sugerăm ca, în funcție de tema și scopul sondajului, populația și eșantionul să fie alese, de regulă, din unitatea de învățământ și, dacă dorim să realizăm comparații, din câteva unități școlare.

Evaluarea activității elevilor se poate face individual (urmărind gradul de implicare în activități, calitatea muncii depuse, aprecierea colegială) sau pe echipe (mini-proiecte realizate și prezentate pe baza unor grile/liste de criterii corelate cu cerințele proiectului).

Clasa a XI-a

Programa clasei a XI-a conține trei segmente: unul în care se continuă studiul funcțiilor (Analiză matematică), altul în care se introduce calculul matriceal și se analizează rezolvarea sistemelor de ecuații liniare (Algebra) și unul în care se continuă studiul analitic al geometriei plane (Elemente de geometrie analitică – drept în planul cartezian).

Folosirea instrumentelor digitale și a inteligenței artificiale în studiul matematicii la clasa a XI-a consolidează învățarea activă, încurajează explorarea și conectează conceptele teoretice cu aplicații reale.

Algebră

Studiul **matricelor și determinanților** se va introduce pornind de la exemple practice în care datele se pot organiza și se pot prelucra prin operații cu matrice: adunare, înmulțire și înmulțirea unei matrice cu un număr complex. Ridicarea la putere a unei matrice pătratice se va aborda prin metode diverse (inducția matematică, binomul lui Newton, cu șiruri recurente, matrice de rotație, ecuația Hamilton-Cayley), accentul punându-se pe dezvoltarea capacității elevilor de a selecta metoda optimă și de a utiliza rezultatul în contexte diverse (rezolvări de ecuații matriceale, compuneri de funcții omografice, identificarea unor relații de recurență pentru șiruri, transformări de stare, rotații etc.).

Permutările de grad $n, n \in \mathbb{N}^*$, se recomandă a se aborda doar ca instrumente necesare introducerii definiției determinantului de ordin $n, n \in \mathbb{N}^*$, fără extinderi la alte proprietăți sau particularități ale acestora. Astfel, determinanții se vor defini în caz general, proprietățile acestora demonstrându-se și aplicându-se, de preferință, pentru determinanți de ordin 3 sau 4.

Pentru matrice inversabile se recomandă utilizarea exemplelor de matrice pătratice de dimensiuni cel mult 4×4 , iar identificarea și calculul inversei unei matrice să fie abordate prin aplicarea definiției sau prin construcția inversei folosind complementul algebric.

Studiul **sistemelor de ecuații liniare** se va introduce pornind de la situații concrete în care relațiile dintre mărimi pot fi exprimate prin ecuații, astfel încât elevii să poată identifica în mod natural structura unui sistem de ecuații liniare și rolul necunoscutelor. În acest context, se recomandă utilizarea unor exemple provenite din probleme practice, economice sau fizice, pentru a evidenția modul în care informațiile pot fi organizate și prelucrate algebric. Prin această abordare, elevii vor înțelege motivul pentru care aceeași situație poate fi reprezentată printr-un sistem de ecuații liniare și se vor familiariza cu scrierea matriceală.

Rezolvarea sistemelor liniare se va aborda prin metode diverse, precum regula lui Cramer sau metoda lui Gauss, insistându-se pe avantajele și limitele fiecărei abordări. Se urmărește formarea capacității elevilor de a selecta metoda adecvată în funcție de dimensiune, structură și conținutul numeric al sistemului de ecuații liniare.

Noțiunea de rang al unei matrice constituie fundamentul criteriilor generale de compatibilitate a unui sistem de ecuații liniare. Se recomandă evitarea cazurilor excesiv tehnice, punându-se accent pe raționamentul care leagă dependența liniară a ecuațiilor de existența sau unicitatea soluției.

Pentru aprofundarea conceptelor, se va lucra cu sisteme de ecuații liniare de dimensiuni reduse (de regulă cel mult 4×4) care permit parcurgerea completă a calculului și verificarea rezultatelor. Metoda Gauss va fi utilizată pentru a evidenția modul sistematic în care pot fi aplicate operațiile elementare pe linii, justificându-se fiecare pas în mod riguros. De asemenea, recurgerea la interpretarea matriceală va consolida legătura dintre sistemele de ecuații liniare, determinanți și matricea inversă, acolo unde aceasta există. Prin aceste activități, elevii vor înțelege coerența internă a conceptelor și vor dobândi capacitatea de a utiliza sistemele de ecuații liniare în contexte matematice și aplicate variate.

Geometrie analitică

La tema **Elemente de geometrie analitică-drepte în planul cartezian**, panta unei drepte se va prezenta ca fiind înclinația față de orizontală, iar din punct de vedere geometric, ca fiind tangenta unghiului determinat de axa Ox și dreaptă, în sens trigonometric (se pot folosi reprezentări ale funcțiilor afine). De asemenea, se vor folosi aplicațiile determinanților în geometrie.

Analiză matematică

Pentru evidențiere proprietăților **mulțimii numerelor reale**, alături de relația de ordine, este importantă menționarea proprietății de densitate a mulțimii numerelor raționale în mulțimea numerelor reale.

Abordarea **limitelor de șiruri** se recomandă a fi demarată intuitiv, folosind șiruri a căror comportare spre infinit poate fi ușor intuită, apoi riguros, prin definiția cu vecinătăți. În parcurgerea strategiilor de eliminare a nedeterminărilor se va pune accent pe dezvoltarea creativității elevilor în prelucrarea expresiilor, în vederea obținerii unor operații cu limite care au sens.

Reprezentările grafice se recomandă a fi construite cu instrumente digitale, facilitând astfel concentrarea elevilor pe interpretarea și compararea datelor și nu pe reprezentări manuale.

Limita unei funcții într-un punct se va introduce intuitiv, folosind lectura grafică pentru o funcție aleasă arbitrar, urmând ca definiția să fie dată cu șiruri. Pentru justificarea faptului că limita unei funcții „uzuale” într-un punct din domeniul de definiție este egală cu valoarea funcției în acel punct se va folosi și lectura grafică.

Se vor avea în vedere studierea diverselor cazuri de nedeterminare în calculul limitei unei funcții într-un punct și eliminarea acestora prin utilizarea limitelor fundamentale.

În folosirea proprietății valorilor intermediare pentru o funcție continuă se va insista pe aplicațiile referitoare la semnul și la imaginea unei funcții continue.

În studiul **funcțiilor derivabile** se va insista și pe observarea prealabilă a derivabilității funcției, alături de regulile de calculare a derivatei.

Teorema lui Rolle și teorema lui Lagrange trebuie introduse prin interpretarea lor geometrică, oferind un context intuitiv. Acestea nu sunt doar formule de memorat, ci proceduri de verificare a validității unor afirmații sau de justificare a unor proprietăți cantitative și calitative ale funcțiilor.

Derivata întâi va fi utilizată pentru a modela situații-problemă practice ce necesită optimizarea soluțiilor (minimizarea costurilor, maximizarea profitului, eficiența energetică), încurajând elevii să caute toate soluțiile și să analizeze rezultatele. Rolul derivatei întâi în studiul monotoniei și al punctelor de extrem trebuie să fie mereu conectat la această căutare a celei mai bune soluții.

Derivata a doua poate fi introdusă folosind o analogie simplă: dacă derivata întâi este viteza mașinii, derivata a doua este accelerația. Punctul de inflexiune devine „punctul de cotitură” sau momentul de schimbare a ritmului, un concept esențial în analiza economică și fizică.

Clasa a XII-a

Prezentarea unităților de conținut se va realiza, astfel încât intercalarea conținuturilor din Geometrie și din Analiză Matematică să permită o folosire eficientă a lor în situații concrete. De exemplu, tema „Reprezentarea grafică a funcțiilor” va fi parcursă înaintea „Conicelor”, aceasta din urmă fiind parcursă înaintea de unitatea de conținut „Aplicații: aria unei suprafețe plane, volumul unui corp de rotație, centrul de greutate al unei plăci plane omogene”.

Geometrie

În studiul **Conicelor** se vor utiliza și instrumente digitale, pentru a ilustra obținerea conicelor folosind definițiile lor geometrice, sau cunoștințele de analiză matematică. Vor fi oferite exemple din viața cotidiană în care sunt utilizate conicele (antene parabolice, orbite eliptice, secțiuni optice hiperbolice), pentru ca studiul acestora să devină mai motivant. Se va pune accentul pe recunoașterea, dintr-o ecuație dată, a tipului unei conice și a elementelor acesteia, precum și pe reprezentarea ei grafică – atât folosind proprietățile geometrice ale conicei, cât și utilizând cunoștințele de analiză matematică. În studiul pozițiilor relative a două conice, sau a unei conice față de o dreaptă, se va pune accent pe folosirea sistemelor de ecuații.

Analiză matematică

La **Grafice de funcții** se vor exersa noțiunile nou introduse folosind achizițiile anterioare și deprinderile de calcul ale elevilor referitoare la proprietățile legate de analiza matematică ale funcțiilor studiate, stimulând gândirea algoritmică (prin parcurgerea ordonată a pașilor necesari pentru studiul variației și reprezentarea grafică a unei funcții). Vor fi utilizate instrumente digitale, atât pentru lecturile grafice ale proprietăților reprezentărilor date ale unor funcții, cât și ca modalitate de a verifica acuratețea reprezentării grafice a unei funcții de către elevi, sau pentru a determina numărul soluțiilor unei ecuații.

Introducerea noțiunii de **primitivă**, precum și prezentarea metodei de integrare prin părți și a metodei de schimbare de variabilă se vor realiza pornind de la exemple simple, legate de cunoștințele privind calculul derivatelor, dobândite de elevi în clasa a XI-a. Primitivelor unor funcții uzuale vor fi obținute pornind de la formulele de derivare. Metodele de integrare prin părți și prin schimbare de variabilă vor fi prezentate folosind exemple progresive, motivându-se alegerea uneia sau alteia dintre metode.

Noțiunea de **integrală definită** se va introduce subliniind corelația dintre sumele Riemann asociate unei funcții continue și pozitive și aria subgraficului acesteia. Se va insista pe formarea deprinderilor de a justifica integrabilitatea. Metodele de calcul al integralelor definite vor fi parcurse punând accentul pe asemănările și deosebirile dintre aplicarea lor la integralele nedefinite și la cele definite.

Aplicațiile integralei definite pentru calculul ariei unei suprafețe plane sau al volumului unui corp de rotație vor cuprinde și exemple care să vizeze elemente de geometrie; este recomandabil să fie determinate și ariile delimitate de unele conice și/sau drepte, precum și volumele corpurilor rotunde studiate anterior. În cadrul orelor dedicate aplicațiilor integralei definite, vor fi prezentate și exemple de modelare matematică a unor probleme din fizică (centre de greutate, lucru mecanic).

Exemplele de activități de învățare cu **specific militar** se pot realiza în mod firesc prin conectarea conceptelor matematice studiate cu situații reale întâlnite în funcționarea echipamentelor militare, în operațiuni tactice, în procese logistice și/sau în analiza performanțelor sistemelor de armament.

Învățarea prin modelare este una din cele mai eficiente metode pentru formarea competențelor matematice funcționale. Elevii pornesc de la o situație militară realistă pe care o transpun în limbaj matematic. Contextul militar stimulează motivația, atenția și responsabilitatea elevilor, astfel înțelegând relevanța matematicii în logistică, organizare și/sau strategie. Elevii sunt puși într-o situație de decizie militară în care matematica devine și instrument de lucru.

Clasa a IX - a

Contextul militar oferă un cadru motivant deoarece implică operarea cu unghiuri concrete, triangulația, estimarea distanțelor și colaborarea între echipe. În acest fel, elevii sunt învățați să folosească tehnici utile precum: lucrul cu schițe, măsurători cu raportorul, analizarea datelor obținute etc.

Prin abordarea integrată STEM-militar, matematica este conectată direct cu topografia militară, orientarea în teren, determinarea perimetrelor de siguranță etc., elevii observând, de exemplu, cum calculele pot influența decizii tactice, conștientizând astfel utilitatea matematicii în situații reale.

Clasa a X - a

Se recomandă utilizarea unor situații-problemă contextualizate (navigație, balistică, comunicații, localizare radar etc.) ca suport pentru modelarea matematică, pentru a evidenția aplicabilitatea conținuturilor în contexte tehnice și operaționale.

Se încurajează utilizarea reprezentărilor multiple (algebrică, grafică, trigonometrică, geometrică) ale conceptelor pentru înțelegerea utilității polinoamelor și a numerelor complexe în domeniul militar, facilitând astfel transferul între diferite modele matematice.

Contextualizarea militară poate fi folosită pentru a evidenția relevanța matematicii (de exemplu, traiectorii aproximabile prin polinoame, poziționări exprimate prin numere complexe, analizări de semnal), menținând accentul pe raționament matematic și pe modelare.

Problemele de probabilități condiționate pot fi introduse prin scenarii militare simplificate (de exemplu, fiabilitatea echipamentelor, transmiterea semnalelor, fluctuația unor procese etc.), cu un nivel adecvat de complexitate pentru vârsta elevilor.

Clasa a XI - a

Elevii pot fi ghidați să observe cum noțiunile abstracte - de la matrice, sisteme de ecuații liniare și șiruri, până la limite și derivate - sunt indispensabile în modelarea și evaluarea parametrilor tehnici, în procesarea datelor provenite de la senzori, în optimizarea rutelor tactice sau în estimarea consumurilor de resurse.

Se recomandă ca profesorul să introducă activitățile de învățare prin prezentarea unor contexte realiste, precum funcționarea unui sistem radar, planificarea deplasării unor vehicule militare, evaluarea stabilității unei platforme de artilerie, analizarea traiectoriei unui proiectil sau calcularea consumului de combustibil pentru un transport logistic. Aceste situații permit elevilor să înțeleagă necesitatea organizării datelor sub formă matriceală, importanța determinării compatibilității unui sistem de ecuații liniare în coordonarea mai multor variabile operaționale sau rolul șirurilor în prognoza resurselor utilizate în mod repetitiv.

Utilizarea instrumentelor digitale, inclusiv a aplicațiilor de tip inteligență artificială (IA), permite vizualizarea în timp real a modificărilor unor parametri militari (de exemplu, variația temperaturii în interiorul țevii unei arme de calibru mare în timpul unei rafale, evoluția intensității semnalului radio la creșterea distanței, dispersia proiectilelor unui lansator etc.). Profesorul poate încuraja elevii să compare rezultatele generate automat de IA cu propriile calcule, pentru a înțelege limitele și acuratețea modelelor de analiză folosite în domeniul militar.

În cadrul activităților de învățare legate de **matrice** și de **sisteme de ecuații liniare**, elevii pot lucra pe exemple concrete, precum determinarea coordonatelor unui obiect detectat simultan de două radare, evaluarea nivelului de încărcare pentru mai multe vehicule blindate în funcție de masa echipamentelor transportate, sincronizarea a trei surse de foc astfel încât zonele de impact să fie distribuite uniform etc.

În problemele de geometrie analitică, se pot analiza traiectoriile unor drone, amplasarea punctelor de observare, calculul distanțelor dintre pozițiile unui pluton în mișcare etc.

Pentru **limite de șiruri** și/sau **limite de funcții**, pot fi studiate procese precum scăderea temperaturii unei arme după utilizare, consumul de combustibil în patrulare succesive, intensitatea semnalului emis de o antenă militară în raport cu distanța dintre antenă și obiectiv etc.

Prin integrarea acestor activități de învățare, profesorul poate dezvolta atât înțelegerea conceptelor matematice, cât și abilitățile tehnice ale elevilor. Astfel, elevii vor avea ocazia să conecteze teoria matematică

cu funcționarea reală a echipamentelor militare, formând o perspectivă interdisciplinară esențială pentru profesiile din domeniul apărării și securității.

Clasa a XII - a

Conicele vor fi asociate cu aplicații militară reală, identificând, de exemplu, focarele unei elipse ca fiind pozițiile a două antene radar.

Traectoria unui proiectil poate fi reprezentată printr-o funcție, iar elevul poate identifica intervalele de creștere și/sau de descreștere, altitudinea maximă și momentul în care proiectilul atinge solul etc.

Dacă o **funcție continuă** reprezintă traectoria unei drone, iar aria dintre grafic și axa Ox reprezintă zona monitorizată, elevul poate interpreta integrala ca suprafața scanată de dronă.

GRUP DE LUCRU

Nume și prenume	Funcție/Titlu științific	Instituție de apartenență, localitate, județ
Alexandrescu Cristian	profesor	Colegiul Național „Ion Creangă”, București
András Szilárd-Károly	Conf. univ. dr.	Universitatea „Babeș - Bolyai”, Cluj-Napoca, Cluj
Bălună Mihail	profesor	Societatea de Științe Matematice din România
Chirilă Constantin	profesor	Colegiul Național „Garabet Ibrăileanu”, Iași
Dogaru Cătălina Gabriela	profesor	Seminarul Teologic Ortodox „Sfântul Vasile cel Mare”, Iași
Durea Marius	Prof. univ. dr.	Universitatea „Alexandru Ioan Cuza”, Iași
Ezaru Lorena Mihaela	profesor	Colegiul Național Militar „Dimitrie Cantemir”, Breaza, Prahova
Fuia Anamaria	profesor	Colegiul Național Militar „Mihai Viteazul”, Alba Iulia, Alba
Gherghe Cătălin Liviu	Conf. univ. dr.	Universitatea București - SSMR, București
Goga Roxana	profesor	Colegiul Național „Sfântul Sava”, București
Gologan Radu Nicolae	Prof. univ. dr.	Universitatea Politehnica - SSMR, București
Heuberger Daniela Adriana	profesor	Colegiul Național „Vasile Lucaciu”, Baia Mare, Maramureș
Iancu Emilia	profesor	Colegiul Național „Matei Basarab”, București
Magdaș Adrian	profesor	Colegiul Național „Emil Racoviță”, Cluj-Napoca, Cluj
Marzavan Silvia	Conf. univ. dr.	Academia Tehnică Militară „Ferdinand I”, București
Mitrenca Tanța	profesor	Colegiul Național Militar „Alexandru Ioan Cuza”, Constanța
Munteanu Bogdan	Lect. univ. dr.	Academia Forțelor Aeriene „Henri Coandă”, Brașov
Mușătoiu Silvia Mihaela	profesor	Colegiul Național „Gheorghe Șincai”, București
Nicolae Florentin	profesor	Colegiul Național „Frații Buzești”, Craiova, Dolj
Ornea Liviu	Membru corespondent	Academia Română
Paraschiv Alina	inspector școlar	Inspectoratul Școlar al Municipiului București
Perianu Marius	profesor	Colegiul Național „Ion Minulescu”, Slatina, Olt
Plugariu Andrei	profesor	Colegiul Național „Costache Negruzzi”, Iași
Pravăț Cristian	profesor	Școala Europeană Bruxelles 4
Pupăză Ionica-Mihaela	profesor	Colegiul Național Militar „Tudor Vladimirescu”, Craiova, Dolj
Stoleriu Anca Voichița	consilier	Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare
Șerban Marcel-Adrian	Conf. univ. dr.	Universitatea „Babeș - Bolyai”, Cluj-Napoca, Cluj
Șontea Ovidiu Mihai	profesor	Colegiul Național de Informatică „Tudor Vianu”, București

RESPONSABILI/COORDONATORI ȘTIINȚIFICI

Nume și prenume	Funcție/Titlu științific	Instituție de apartenență	Calitate
Cristescu Bogdan	Director General	Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare	Coordonator GL
Vrînceanu Gabriel	Șef Serviciu Dezvoltare Curriculum	Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare	Coordonator GL
Streinu-Cercel Gabriela	consilier	Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare	Coordonator GLC aria curriculară <i>Matematică și științe ale naturii</i>
Lascu Dan	Prof. univ. dr.	Academia Navală „Mircea cel Bătrân”, Constanța	Coordonator științific SGLC_MApN
Cerbu-Sfarghiu Cristian- Vladimir	profesor	Colegiul Național Militar „Ștefan cel Mare”, Câmpulung Moldovenesc, Suceava	Responsabil SGLC_MApN