Anexa nr. …. la ordinul ministrului educației și cercetării nr. ……… /……......[1]

Programa școlară
pentru disciplina

MATEMATICĂ APLICATĂ ÎN ARHITECTURĂ

Clasele IX – XII
Curriculum de specialitate (CS)
pentru filiera vocațională, profilul artistic, specializarea
Arhitectură, Arte ambientale și Design

- 2025 -

Anexa nr. X.Y. Programa școlară pentru disciplina *Matematică aplicată în arhitectură* - CS

- *Filiera vocațională, profilul artistic, specializarea arhitectură, arte ambientale și design*

NOTĂ DE PREZENTARE

Programa școlară pentru disciplina *Matematică aplicată în arhitectură*, prevăzută în curriculumul de specialitate din învățământul liceal, pentru filiera vocațională, profilul artistic, specializarea arhitectură, arte ambientale și design, pentru clasele a IX-a - a XII-a, completează curriculumul pentru disciplina *Matematică*, studiată în trunchiul comun, la clasele a IX-a și a X-a. Prezenta programă școlară este aplicată începând cu anul școlar 2026-2027.

Pentru această categorie de clase, conform planurilor-cadru pentru învățământul liceal, forma cu frecvență zi, aprobate ca anexe la OMEC nr. 4350/2025, studiul disciplinelor din domeniul Matematică are următoarea alocare orară săptămânală defalcată pe segmentul *trunchi comun* (TC), respectiv pe segmentul *curriculum de specialitate* (CS):

An de studiu	Clasa a IX-a		Clasa a X-a		Clasa a XI-a		Clasa a XII-a	
Tip segment curricular	TC	CS	TC	CS	TC	CS	TC	CS
Nr. săptămânal de ore pentru disciplina *Matematică* (cu programă aprobată ca Anexa nr. X.Z)	2	-	2	-	-	-	-	-
Nr. săptămânal de ore pentru disciplina *Matematică aplicată în arhitectură* (cu programă școlară aprobată în prezenta anexă)	-	1	-	1	-	1	-	1

Disciplina are un rol transversal în cadrul curriculumului de specialitate, oferind legătura între domeniul matematicii și cel al arhitecturii și designului ambiental, prin utilizarea conceptelor matematice în interpretarea, proiectarea și reprezentarea formelor, structurilor și spațiilor. Aceasta contribuie la dezvoltarea capacității elevilor de a înțelege și utiliza modelele matematice în explicarea fenomenelor formale, funcționale și estetice din arhitectură, consolidând gândirea logică și capacitatea de argumentare vizuală. Prin caracterul său aplicativ, disciplina sprijină atingerea finalităților generale ale formării profesionale inițiale în domeniul artistic-arhitectural: *dezvoltarea unei gândiri integrate, a sensibilității pentru proporție și echilibru și a abilității de a utiliza instrumente matematice și digitale în activitățile de proiectare*.

Disciplina *Matematică aplicată în arhitectură* contribuie direct la profilul de formare al absolventului învățământului preuniversitar, aprobat prin OMEC nr. 6731/2023, prin dezvoltarea integrată a competențelor-cheie și atributelor prioritare, precum cele de gândire critică, creativă și reflexivă, aplicate în contexte profesionale și culturale specifice domeniului arhitecturii și designului ambiental.

Această disciplină sprijină formarea competențelor-cheie europene, în special:

- *competența matematică și competențele de bază în știință și tehnologie*, prin înțelegerea și aplicarea conceptelor matematice în analiza proporțiilor, a formelor geometrice și a transformărilor spațiale utilizate în arhitectură;
- *competența digitală*, prin utilizarea tehnologiilor specifice vizualizării și reprezentării geometrice (GeoGebra, aplicații 2D/3D similare), în scopul creării de modele și reprezentări grafice interactive;
- *competențele personale, sociale și de a învăța să înveți*, prin activități de explorare, reflecție și colaborare în contexte de proiect interdisciplinar;

- *competențele de sensibilizare și exprimare culturală*, prin cultivarea aprecierii echilibrului vizual, a proporției și a armoniei ca principii fundamentale ale expresiei arhitecturale;
- *competențele civice* și *competențele antreprenoriale*, prin abordarea responsabilă a deciziilor privind utilizarea resurselor și prin integrarea principiilor sustenabilității și ale economiei circulare în situațiile de învățare.

În acord cu cele nouă atribute prioritare ale absolventului, definite de același profil de formare, disciplina contribuie în mod particular la dezvoltarea următoarelor aspecte:
- *reflexivitate* – prin activități de analiză, interpretare și argumentare a proporțiilor și a modelelor matematice din arhitectură;
- *creativitate* – prin utilizarea instrumentelor matematice pentru generarea și explorarea formelor noi, armonioase, bazate pe reguli geometrice;
- *responsabilitate* – prin modelarea deciziilor de proiectare care valorifică eficiența și sustenabilitatea utilizării resurselor;
- *cooperare/colaborare* – prin lucrul în echipă la mini-proiecte și activități aplicative de reprezentare geometrică.

În mod transversal, disciplina promovează *valorile educației pentru dezvoltare durabilă,* formând o gândire orientată spre echilibru, raționalitate și estetică funcțională, valori care definesc arhitectura contemporană și responsabilitatea socială a profesioniștilor din domeniul creativ.

Disciplina dezvoltă o *gândire vizuală și spațială riguroasă*, care sprijină capacitatea de a construi, interpreta și adapta forme, și consolidează *competențele analitice și reflexive* necesare profesioniștilor din domeniul arhitecturii, artelor vizuale și designului ambiental. Aceasta valorifică interdisciplinaritatea dintre *matematică, arte vizuale, științe ale mediului și tehnologie*, permițând elevilor să perceapă fenomenele formale și funcționale din arhitectură în termeni matematici și să transpună conceptele abstracte în soluții concrete și vizuale. Învățarea se realizează și prin legătura strânsă cu discipline de specialitate, precum:
- *Desen și compoziție*, prin integrarea principiilor proporției, simetriei și echilibrului;
- *Tehnologii digitale în arhitectură,* prin utilizarea instrumentelor de vizualizare și modelare geometrică la nivel introductiv (GeoGebra, foi de calcul, aplicații 2D/3D simple);
- *Studii de arhitectură și ambient*, prin transpunerea noțiunilor matematice în modele reale sau imaginare de organizare a spațiului;
- *Educație vizuală și estetică,* prin stimularea capacității de analiză și argumentare vizuală a formelor.

Disciplina *Matematică aplicată în arhitectură* asigură continuitatea naturală între *matematica generală,* studiată în trunchiul comun, și *disciplinele de specialitate* din aria vocațională, profilul artistic, oferind un cadru de aplicare concretă a conceptelor matematice în procesele vizuale, structurale și funcționale specifice arhitecturii. Prin această poziționare, disciplina contribuie la consolidarea competențelor dobândite anterior în domeniul matematic (algebră, geometrie), punând accent pe *transferul cunoașterii* dinspre abstract spre concret și pe *înțelegerea contextualizată* a conceptelor. Astfel, în cadrul disciplinei, elevul descoperă că matematica nu este doar un instrument de calcul, ci un *limbaj universal al proporției, al echilibrului și al ordinii vizuale*. Conceptele de proporționalitate, vector, matrice, transformare sau optimizare devin repere logice pentru a înțelege structura spațiului și pentru a fundamenta deciziile de proiectare într-o manieră rațională și sustenabilă.

În același timp, disciplina stimulează *creativitatea bazată pe reguli*, oferind contexte în care elevul poate explora noi combinații de proporții, forme și structuri, construind soluții estetice care respectă principiile echilibrului și ale economiei resurselor. Prin activitățile de tip proiect, matematica devine un instrument de *argumentare estetică și funcțională*, iar procesul de învățare – o experiență integrată între reflecție, intuiție și aplicare practică.

Finalitatea generală a disciplinei constă în *formarea capacității de a gândi, reprezenta și acționa matematic în contexte arhitecturale*, prin:
- *utilizarea noțiunilor și instrumentelor matematice pentru a descrie și explica fenomene vizuale și spațiale;*
- *aplicarea conceptelor geometrice, algebrice și funcționale în procese de proiectare și decizie;*
- *argumentarea estetică, rațională și sustenabilă a soluțiilor arhitecturale;*
- *dezvoltarea unei gândiri reflexive, capabile să integreze analiza, modelarea și creația vizuală.*

Caracteristica disciplinei constă în *modul integrat de abordare*, care combină raționamentul matematic cu expresia vizuală și cu gândirea creativă specifică arhitecturii. Elevii nu mai aplică formule abstracte, ci *modelează forme, relații și decizii*; nu mai rezolvă doar exerciții, ci *explorează prin reprezentare și argumentează prin proporții*.

De asemenea, disciplina aduce o perspectivă actualizată asupra rolului matematicii în formarea viitorilor arhitecți, prin integrarea valorilor *sustenabilității, economiei circulare și competențelor digitale* în situațiile de învățare. Elevii sunt încurajați să gândească matematic nu doar pentru precizie, ci și pentru *eficiență, echilibru și responsabilitate vizuală și socială*.

Astfel, *Matematica aplicată în arhitectură* oferă o *noutate curriculară substanțială*, prin:
- ancorarea conceptelor matematice în procese reale de proiectare și reprezentare vizuală;
- accentul pe raționamentul reflexiv și pe argumentarea estetică a soluțiilor;
- abordarea integrată a competențelor matematice, digitale și de gândire vizuală;
- cultivarea unei atitudini de explorare și de proiectare responsabilă a spațiului construit.

Programa școlară este structurată în jurul unui set coerent de competențe generale care reflectă specificul formării în domeniul artistic-arhitectural și valorifică potențialul matematicii de a explica și de a modela realitatea vizuală.

Cele patru competențe generale definesc etapele de evoluție cognitivă a elevului, de la percepția proporțiilor la modelarea și argumentarea matematică a deciziilor arhitecturale, oferind un traseu progresiv și echilibrat între conceptualizare și aplicare.

Fiecare an de studiu este centrat pe un domeniu de conținut integrator, prin care se urmărește dezvoltarea treptată a competențelor:

Clasa	**Domeniul de conținut**	**Finalitate dominantă**
a IX-a	Proporționalitate și asemănare	perceperea relațiilor vizuale și proporționale fundamentale
a X-a	Vectori și matrice	orientarea și transformarea formelor arhitecturale
a XI-a	Transformări geometrice și structuri auto-similare	înțelegerea ordinii, simetriei și variației controlate în arhitectură
a XII-a	Optimizare și decizie rațională în proiectare	alegerea soluțiilor eficiente, sustenabile și argumentate

Selecția și ordonarea conținuturilor au avut în vedere:
- relevanța pentru *formarea estetică, tehnică și reflexivă* a elevului;
- adecvarea la *nivelul de dezvoltare cognitivă* și la *timpul de învățare disponibil*;
- posibilitatea de *integrare a conținuturilor matematice cu cele ale disciplinelor de specialitate* (Desen, Arhitectură, Tehnologii digitale);
- potențialul fiecărui conținut de a genera *situații de învățare aplicative*, cu grad ridicat de transfer între limbajul matematic și cel vizual.

În fiecare an, structura competențelor specifice (CS) este asociată cu exemple de activități de învățare (EAI), astfel încât profesorul să poată adapta demersul didactic la contextul clasei și la nivelul de complexitate dorit. EAI-urile au fost concepute astfel încât să combine:

- *dimensiunea matematică* – prin aplicarea conceptelor, algoritmilor și relațiilor numerice și geometrice;
- *dimensiunea arhitecturală* – prin transpunerea conceptelor în modele vizuale, schițe și structuri simple;
- *dimensiunea integratoare* – prin activități care implică teme transversale precum sustenabilitatea, economia circulară, utilizarea responsabilă a resurselor și competențele digitale de bază.

De asemenea, în fiecare an de studiu se prevede o *activitate integratoare – mini-proiect aplicativ*, ca metodă de învățare activă, care conectează conținuturile matematice la procesele reale de proiectare și decizie și care permite elevilor să exerseze gândirea interdisciplinară și să valorifice achizițiile matematice în situații realiste de proiectare. Aceste mini-proiecte sunt esențiale pentru formarea competențelor de reflecție, creație și argumentare, fiind totodată o oportunitate pentru *evaluarea autentică* a progresului elevilor.

Lectura programei trebuie realizată *în relație cu documentele curriculare de bază* – planurile-cadru, profilul de formare al absolventului și celelalte programe din aria curriculară și din curriculumul de specialitate.

Profesorul este încurajat să observe *coerența dintre competențele generale*, domeniile de conținut și *structura anuală a competențelor specifice și activităților de învățare*. Fiecare competență generală este tratată ca un *reper de învățare pe termen lung*, care se dezvoltă treptat pe parcursul celor patru ani, prin competențele specifice aferente fiecărui an de studiu. Activitățile propuse pot fi adaptate la nivelul clasei, la resursele școlii și la experiența anterioară a elevilor, păstrând esența interdisciplinară și aplicativă a programei.

Disciplina păstrează rigoarea matematică a conținuturilor, dar le plasează într-un context vizual și arhitectural care le face relevante pentru formarea profesională. Accentul nu cade pe volum mare de exerciții, ci pe înțelegerea relațiilor și a modelelor care fundamentează proporțiile, transformările și deciziile de proiectare. Profesorul de matematică are libertatea de a adapta explicațiile și sarcinile de lucru, fără a fi necesar un nivel de competență avansat în proiectare arhitecturală. Exemplele și aplicațiile pot fi ilustrative, simbolice sau inspirate din contexte reale, iar evaluarea poate valorifica portofoliile, prezentările vizuale sau mini-proiectele aplicative.

Programa favorizează conexiunile între discipline, mai ales între matematică, desen, arhitectură, științe ale mediului și tehnologiile digitale. Aceste conexiuni nu presupun predare integrată formală, ci colaborare tematică sau aliniere metodologică: de exemplu, o temă despre proporții sau simetrie poate fi abordată simultan la matematică și desen, iar o activitate despre optimizare poate fi coordonată cu educația pentru sustenabilitate. Profesorul este încurajat să construiască situații de învățare autentice, în care matematica sprijină înțelegerea fenomenelor vizuale și arhitecturale, contribuind la dezvoltarea competențelor reflexive și creative.

În cadrul disciplinei, tehnologia are un rol instrumental, de suport și de facilitare a vizualizării relațiilor matematice, de sprijin în dezvoltarea raționamentului geometric și de încurajare a creativității digitale responsabile, nu de a introduce competențe de proiectare asistată de calculator. Se recomandă utilizarea unor instrumente digitale accesibile și familiare profesorului de matematică:

- GeoGebra – pentru reprezentări geometrice și algebrice interactive;
- foi de calcul – pentru modelarea numerică și analiza proporțiilor;
- aplicații grafice simple (2D/3D, freeware) – pentru vizualizări complementare.

Scopul utilizării tehnologiei este de a facilita vizualizarea relațiilor matematice, de a sprijini raționamentul geometric și de a încuraja creativitatea digitală responsabilă, nu de a introduce competențe de proiectare asistată de calculator.

Disciplina promovează învățarea prin explorare, descoperire și reflecție, susținând dezvoltarea unei gândiri flexibile, riguroase și estetice. În mod natural, aceasta contribuie la formarea competențelor transversale legate de:

- *sustenabilitate și economie circulară* – prin învățarea deciziilor eficiente și echilibrate;
- *competențe verzi* – prin abordarea matematică a utilizării resurselor și a confortului spațiului construit;
- *competențe sociale și civice* – prin colaborare, comunicare și asumarea rolului propriu în activități de proiect;
- *autonomie și învățare reflexivă* – prin activități de analiză și autoevaluare a soluțiilor propuse.

Activitățile integratoare din fiecare an – mini-proiectele aplicative – au rol formativ și evaluativ. Ele oferă elevilor posibilitatea de a demonstra înțelegerea conceptelor, capacitatea de a le aplica și de a argumenta vizual și matematic soluțiile proprii. Profesorul de matematică are libertatea de a adapta tema mini-proiectului în funcție de nivelul elevilor și de resursele școlii, cu accent pe:

- claritatea matematică a conceptelor folosite;
- legătura cu principiile arhitecturii și designului ambiental;
- integrarea valorilor estetice și sustenabile;
- colaborarea și reflecția individuală.

Lectura acestei programe trebuie realizată într-o cheie integratoare, reflexivă și creativă: *profesorul nu devine arhitect, iar elevul nu devine matematician, ci amândoi explorează modul în care matematica poate explica, modela și armoniza spațiul vizual și forma construită*.

COMPETENȚE GENERALE (CG)

CG1	Reprezentarea riguroasă a formelor, proporțiilor și relațiilor spațiale din arhitectură, pentru exprimarea corectă și comparabilă a informațiilor geometrice și vizuale
CG2	Interpretarea relațiilor matematice implicate în procesele arhitecturale, pentru fundamentarea deciziilor de proiectare și optimizare în contexte cu constrângeri
CG3	Modelarea matematică a situațiilor arhitecturale prin relații funcționale, geometrice și algebrice simple, pentru formularea explicațiilor și a previziunilor coerente asupra structurii formelor
CG4	Argumentarea matematică și vizuală a soluțiilor arhitecturale propuse, pentru susținerea unor decizii estetice și funcționale responsabile în cadrul proiectării

CLASA a IX-a

COMPETENȚE SPECIFICE (CS) ȘI EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE (EAI)

CG 1 - Reprezentarea riguroasă a formelor, proporțiilor și relațiilor spațiale din arhitectură, pentru exprimarea corectă și comparabilă a informațiilor geometrice și vizuale

IX.CS1.1. Identificarea proporțiilor și a relațiilor de asemănare în forme arhitecturale simple
- *recunoașterea proporțiilor numerice și geometrice în figuri plane simple* - *observarea proporțiilor în elemente arhitecturale și de design însoțită de discuții/dezbateri argumentate* - *realizarea de colaje vizuale care ilustrează tipuri de proporții în arhitectură și natură*
IX.CS.1.2. Utilizarea reprezentărilor geometrice, numerice și grafice pentru descrierea proporțiilor și a raporturilor de scară
- *realizarea construcțiilor geometrice pentru secțiunea de aur și dreptunghiul de aur* - *transpunerea proporțiilor obținute în schițe arhitecturale simple (ferestre, frontoane, scări)* - *utilizarea aplicațiilor digitale pentru compararea și redarea grafică a proporțiilor în contexte arhitecturale și naturale*
IX.CS.1.3. Reprezentarea formelor arhitecturale, prin aplicarea conceptelor de proporționalitate
- *exersarea redimensionării figurilor geometrice în diferite scări (1:200, 1:100, 1:50, 1:25, 1:20) și a principiilor de asemănare* - *aplicarea proporționalității la transpunerea planurilor la scară redusă în schițe de arhitectură* - *crearea unui portofoliu digital cu ilustrații ce exemplifică proporționalitatea obiectelor din mediul înconjurător*

CG 2 - Interpretarea relațiilor matematice implicate în procesele arhitecturale, pentru fundamentarea deciziilor de proiectare și optimizare în contexte cu constrângeri

IX.CS.2.1. Corelarea conceptelor de raport și proporție cu dimensiuni reale din contexte arhitecturale (lungimi, arii, volume)
- *determinarea raporturilor numerice între lungimi, arii și volume (raporturi de dimensiuni, raporturi de suprafețe sau volume, raporturi de distanțe între elemente)* - *determinarea dimensiunilor reale ale unor spații arhitecturale (lungimi, arii)* - *analizarea dimensiunilor reale și compararea acestora cu proporțiile teoretice* - *reprezentarea datelor obținute într-un tabel digital sau grafic pentru analiza proporționalității*
IX.CS.2.2. Aplicarea proporționalității în calcule elementare de lungimi, arii și volume
- *rezolvarea de exerciții și probleme de proporționalitate numerică și geometrică* - *calculul suprafețelor și volumelor unor forme arhitecturale simple (pereți, ferestre, stâlpi)* - *estimarea cantităților de materiale într-un context sustenabil, prin utilizarea calculului proporțional*
IX.CS.2.3. Analizarea modului în care proporțiile influențează echilibrul vizual și funcțional al unei construcții
- *analiza geometrică a modificării proporțiilor unei forme* - *compararea echilibrului vizual în variante proporționale diferite de fațade sau interioare* - *folosirea unui instrument digital de vizualizare pentru identificarea proporțiilor echilibrate în funcție de lumină și spațiu*

CG 3 - Modelarea matematică a situațiilor arhitecturale prin relații funcționale, geometrice și algebrice simple, pentru formularea explicațiilor și a previziunilor coerente asupra structurii formelor

IX.CS.3.1. Reprezentarea proporțiilor arhitecturale prin modele geometrice simple
- *trasarea modelelor geometrice care respectă anumite rapoarte* - *reprezentarea în plan a unor forme geometrice cu proporții date*

- *utilizarea GeoGebra (sau programe similare) pentru a explora modificarea proporțiilor și impactul lor vizual*
IX.CS.3.2. Modelarea proporționalității prin relații algebrice elementare
- *scrierea relațiilor proporționale sub formă de ecuații și verificarea acestora numeric* - *aplicarea relațiilor proporționale la determinarea unor dimensiuni lipsă în schițe arhitecturale* - *realizarea unei fișe digitale care corelează valorile numerice și reprezentările grafice*
IX.CS.3.3. Utilizarea modelelor geometrice pentru estimarea unor dimensiuni lipsă
- *determinarea dimensiunilor necunoscute prin relații de asemănare* - *estimarea înălțimilor prin raportarea la obiecte de referință (umbra, scara, figura umană)* - *explicarea modului de calcul într-un scurt clip digital sau poster ilustrativ*

CG 4 - Argumentarea matematică și vizuală a soluțiilor arhitecturale propuse, pentru susținerea unor decizii estetice și funcționale responsabile în cadrul proiectării

IX.CS.4.1. Formularea de explicații matematice pentru alegerea proporțiilor în compoziții grafice
- *exersarea exprimării matematice a proporțiilor folosite într-o compoziție dată* - *justificarea proporțiilor alese într-o schiță de fațadă sau obiect arhitectural* - *prezentarea orală sau vizuală a soluției propuse în termeni de echilibru și economie de resurse*
IX.CS.4.2. Argumentarea vizuală a relației dintre proporționalitate și armonia formelor
- *realizarea de reprezentări comparative ale aceleiași forme cu proporții diferite* - *explicarea vizuală a efectului estetic al modificării proporțiilor (modulorul lui le Corbusier)* - *discutarea soluțiilor în contextul valorilor de sustenabilitate și estetică arhitecturală (comparație între elementele arhitecturii tradiționale și arhitecturii contemporane)*
IX.CS.4.3. Evaluarea proporțiilor utilizate în compoziții (aspecte matematice ale *modulului* din arhitectură: unitate de măsură, proporții geometrice, sisteme de module)
- *verificarea proporțiilor geometrice identificate în lucrări reprezentative* - *compararea proporțiilor geometrice dintre două stiluri arhitecturale diferite folosind diagrame și calcule de raport între diverse dimensiuni.* - *argumentarea aplicării modulului din arhitectură din perspectiva proporției și armoniei*
IX.CS.4.4. Crearea de proporții utilizate în compoziții (aspecte matematice ale *modulului* din arhitectură: unitate de măsură, proporții geometrice, sisteme de module)
- *construirea grafică a unei grile modulare aplicate pe un desen propriu, verificând raporturile între module și elementele arhitecturale majore.*

CLASA a IX-a

CONȚINUTURI

<table>
<tr><th>Domenii de conținut</th><th>Conținuturi</th></tr>
<tr><td>Proporționalitate și asemănare</td><td>
Numere, rapoarte și proporții remarcabile în arhitectură
Numărul și raportul de aur; raportul de argint; șirul lui Fibonacci și spiralele asociate; numărul π; forme recurente și proporții în natură
Construcții geometrice ale secțiunii și ale dreptunghiului de aur
Metode geometrice clasice și digitale (cu aplicații în GeoGebra sau alte instrumente simple de vizualizare geometrică)
Interpretarea proporției de aur în forme arhitecturale și decorative
Proporții și armonii geometrice
Relația dintre proporțiile armonice și formele regulate (triunghiul, pentagonul, decagonul)
Subdiviziuni și descompuneri armonice ale dreptunghiului (Hambridge)
Corelația dintre șirul lui Fibonacci și proporțiile organice de creștere
Proporționalitate și asemănare în context arhitectural
Identificarea și interpretarea proporțiilor în exemple de arhitectură și design
Aplicarea proporționalității în determinarea lungimilor, ariilor și volumelor pentru elemente constructive simple: profile, plinte, tencuieli, pardoseli, tâmplării
Estimarea și verificarea rapoartelor, proporțiilor între părți componente ale unei clădiri istorice (fațadă, deschideri/ritmul golurilor, volume)
Reconstituirea sistemului modular al unei compoziții arhitecturale (templu grecesc sau clădire contemporană).
Analizarea proporției de aur în elemente de arhitectură (fațade, planuri, logii) și compararea cu alte sisteme de proporționare (raport $1:\sqrt{2}$, $3:4$ etc.).
Metode de calcul și modelare geometrică
Descompunerea formelor complexe în forme simple pentru calculul ariilor și volumelor
Utilizarea secțiunilor și a vederilor ortogonale pentru estimarea dimensiunilor
Introducere intuitivă în reprezentarea digitală (GeoGebra sau aplicații similare cu interfață vizuală simplă)
Notă:
Proporționalitatea exprimă o relație numerică între dimensiuni, în timp ce asemănarea exprimă o relație geometrică între forme (egalitatea unghiurilor și proporționalitatea laturilor); în arhitectură, proporționalitatea asigură armonia compoziției, iar asemănarea garantează fidelitatea geometrică a reprezentării. Instrumentele digitale sunt utilizate exclusiv pentru vizualizare și verificare geometrică, nu pentru proiectare profesională.
Se va urmări realizarea unui mini-proiect de analiză grafică a proporțiilor într-o construcție reală sau imaginară, rolul formativ fiind de sprijin în observarea, descrierea și argumentarea matematică a proporțiilor întâlnite în construcții reale sau imaginate, dezvoltând capacitatea de transfer între reprezentarea matematică și expresia vizual-spațială specifică arhitecturii.
</td></tr>
</table>

CLASA a X-a

COMPETENȚE SPECIFICE (CS)
ȘI
EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE (EAI)

CG 1 - Reprezentarea riguroasă a formelor, proporțiilor și relațiilor spațiale din arhitectură, pentru exprimarea corectă și comparabilă a informațiilor geometrice și vizuale

X.CS1.1. Reprezentarea vectorilor în plan și spațiu (direcție, sens, modul) și a reperelor carteziene
- *exersarea scrierii vectorilor și a coordonatelor în plan și spațiu* - *reprezentarea vectorilor de poziție și a vectorilor direcție în scheme de plan/fațadă* - *utilizarea GeoGebra (sau a altor unor programe 2D/3D) pentru vizualizarea interactivă a vectorilor și exportul unei capturi pentru portofoliu*
X.CS.1.2. Utilizarea operațiilor cu vectori (adunare, înmulțire cu scalar, produs scalar) în reprezentări spațiale
- *rezolvarea de exerciții utilizând regula triunghiului, regula paralelogramului și calculul produsului scalar* - *reprezentarea unghiului dintre două elemente prin produsul scalar în schița unei fațade* - *realizarea unei fișe digitale în care se corelează unghiul vectorial cu efectul de umbrire/lumină pe fațadă*
X.CS.1.3. Transpunerea transformărilor elementare (translație, rotație, scalare) în reprezentări geometrice
- *redarea geometrică a efectului unei translații/rotații/scalări asupra unui modul pătrat/triunghi* - *aplicarea transformărilor la o grilă de panouri repetate pe o fațadă* - *utilizarea unui vizualizator 3D simplu pentru a ilustra succesiuni de transformări într-un layout de panouri*

CG 2 - Interpretarea relațiilor matematice implicate în procesele arhitecturale, pentru fundamentarea deciziilor de proiectare și optimizare în contexte cu constrângeri

X.CS.2.1. Interpretarea produsului scalar și a unghiului dintre vectori în contexte de orientare
- *calculul unghiului dintre doi vectori și interpretarea valorii* $\cos\theta$ - *orientarea panourilor de umbrire în raport cu vectorul luminii incidente pe fațadă* - *folosirea GeoGebra (sau a altor aplicații) pentru a testa cum se modifică unghiul/umbrirea când se schimbă vectorul „soare” și salvarea concluziilor într-un poster*
X.CS.2.2. Interpretarea efectelor transformărilor asupra proporțiilor și simetriei
- *analiza matematică a efectelor unei scalări neizotrope și ale unei rotații compuse* - *compararea proporțiilor în configurații de ferestre/panouri după transformare* - *realizarea unei comparații integrate „înainte/după” (imagini + scurte calcule)*
X.CS.2.3. Interpretarea reprezentării matriceale ca „regulă de transformare”
- *identificarea rolului elementelor unei matrice pătratice (2×2/3×3) în rotație/scalare* - *explicarea în limbaj comun a efectului matricei asupra unui modul de fațadă* - *utilizarea unei foi de calcul sau a GeoGebra pentru a aplica aceeași matrice pe mai multe puncte ale modulului și a comenta rezultatul*

CG 3 - Modelarea matematică a situațiilor arhitecturale prin relații funcționale, geometrice și algebrice simple, pentru formularea explicațiilor și a previziunilor coerente asupra structurii formelor

X.CS.3.1. Modelarea transformărilor în plan prin matrice pătratice de ordinul 2 (rotație, scalare)
- *derivarea și utilizarea formelor standard de matrice pentru rotație/scalare în plan* - *aplicarea matricelor la poziționarea și dimensionarea unui modul repetat* - *calcularea celei mai scurte rute printr-o grilă sau modelarea mișcării persoanelor în interiorul unei clădiri (algoritmi de identificare a traseelor)*

X.CS.3.2. Modelarea translației cu coordonate omogene (matrice 3×3 în plan) la nivel introductiv
- *scrierea punctelor în coordonate omogene și aplicarea unei translații* - *compunerea „scalare + rotație + translație” pentru a plasa un element într-o rețea* - *documentarea succesiunii transformărilor într-o diagramă explicativă (capturi de ecran + scurt text)*
X.CS.3.3. Modelarea orientării optime a unui element plan față de o direcție dată
- *formularea unei reguli „dacă măsura unghiului este mai mare ca θ, rotește cu $\Delta\theta$” folosind produsul scalar* - *proiectarea orientării unor brise-soleil pe trei niveluri ale unei fațade în funcție de direcția „soarelui” aleasă* - *integrarea într-o planșă: regulă matematică + exemplu grafic + comentariu despre confort și economie de energie*

CG 4 - Argumentarea matematică și vizuală a soluțiilor arhitecturale propuse, pentru susținerea unor decizii estetice și funcționale responsabile în cadrul proiectării

X.CS.4.1. Argumentarea alegerii unei transformări (sau compuneri) pentru o configurație de panouri
- *justificarea matematică a transformării alese (unghiuri, rapoarte, matrice)* - *prezentarea pe schiță a opțiunii de rotație/scalare pentru a obține ritm și coerență* - *integrarea criteriilor verzi: reducerea supraîncălzirii/strălucirii prin orientare adecvată*
X.CS.4.2. Argumentarea compatibilității dintre proporții, simetrie și repetitivitate în grile modulare
- *explicarea relației dintre scalare și păstrarea proporțiilor într-o familie de module repetitive* - *evaluarea vizuală pe o grilă de dimensiune 5×5 a diferitelor variante (simetrie, asimetrie, constrângeri impuse de enunțul problemei)* - *argumentarea pe baza unor rubrici de evaluare a variantelor de simetrie, asimetrie sau/și constrângeri impuse de enunțul problemei*
X.CS.4.3. Argumentarea deciziilor pe baza unui set minim de date (date → reguli → rezultat)
- *extragerea datelor dintr-o schiță inițială (dimensiuni/rapoarte)* - *definirea regulilor de transformare și prezentarea rezultatului pe o planșă comparativă* - *integrarea unui scurt text despre impactul deciziilor asupra consumului de material și confortului vizual*

CLASA a X-a

CONȚINUTURI

<table>
<tr><th>Domenii de conținut</th><th>Conținuturi</th></tr>
<tr><td>Vectori și matrice</td><td>
Vectori – noțiuni fundamentale

Reprezentarea vectorilor în plan și în spațiu: direcție, sens, modul
Coordonate carteziene în spațiu
Operații cu vectori: adunare, înmulțire cu scalar, produs scalar; adunarea vectorilor (regula triunghiului și regula paralelogramului); vector de direcție
Vector de poziție (al mijlocului unui segment, al centrului de greutate al unui triunghi)
Operații cu vectori în forma analitică
Descrierea și orientarea elementelor arhitecturale (pereți, planșee, acoperișuri, traiectorii) cu ajutorul vectorilor

Vectori în contexte arhitecturale

Determinarea orientării fațadelor și a unghiurilor dintre plane
Contexte practic-aplicative: verificarea ortogonalității între elemente constructive; orientarea vectorială a elementelor în funcție de direcția luminii sau a vântului
Reprezentări și măsurători vectoriale în GeoGebra (sau aplicații 2D/3D)

Matrice – noțiuni de bază

Matricea, ca instrument de reprezentare numerică a relațiilor spațiale
Matrice de tipul $m \times n$, unde $m, n \in \{1, 2, 3\}$; transpusa unei matrice
Operații: adunare, înmulțire cu scalar, produs de matrice

Transformări geometrice în plan și în spațiu (abordare intuitivă)

Exemple de transformări geometrice reprezentate prin matrice: translația unui punct sau obiect; rotația în jurul unui punct; scalarea unei forme (mărire/micșorare)
Aplicarea acestor transformări pentru vizualizarea modificărilor proporțiilor în forme arhitecturale (fațade, ferestre, module repetate)
Interpretarea vizuală a efectului transformărilor (rotație, scalare, translație) asupra formelor geometrice

Aplicații interdisciplinare și interpretare vizuală

Relații spațiale în construcții modulare simple, cu reprezentare matriceală
Explorarea conceptului de „transformare” prin activități grafice (hârtie milimetrică, GeoGebra, aplicații 3D elementare)
Compararea efectelor transformărilor asupra proporțiilor și simetriei obiectelor

Notă:
În arhitectură, vectorii descriu orientarea, direcția și intensitatea relațiilor spațiale (lumină, mișcare, forță), iar matricele oferă un limbaj numeric pentru exprimarea transformărilor geometrice.
Instrumentele digitale sunt utilizate doar pentru vizualizare, experimentare și verificare geometrică, nu pentru proiectare profesională.
Se va urmări realizarea unui mini-proiect aplicativ care presupune proiectarea simplificată a unei fațade compuse din elemente repetate, folosind noțiuni de vectori (orientare) și matrice (transformări), cu obținerea ca rezultat al unei schițe grafice însoțite de explicarea principiilor matematice utilizate, având rolul de a integra cunoștințele despre vectori și matrice într-un context vizual concret, dezvoltând gândirea spațială, capacitatea de modelare și transferul între reprezentarea algebrică și cea geometrică, esențiale pentru domeniul arhitecturii.
</td></tr>
</table>

CLASA a XI-a

COMPETENȚE SPECIFICE (CS)
ȘI
EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE (EAI)

CG 1 - Reprezentarea riguroasă a formelor, proporțiilor și relațiilor spațiale din arhitectură, pentru exprimarea corectă și comparabilă a informațiilor geometrice și vizuale

XI.CS1.1. Reprezentarea grafică a transformărilor geometrice de bază (translație, rotație, simetrie)
- *reprezentarea transformărilor pe figuri plane simple prin mijloace geometrice* - *aplicarea transformărilor la elemente arhitecturale bidimensionale (ferestre, arcade, repetiții de panouri)* - *explorarea digitală a efectului transformărilor în GeoGebra (sau programe similare) pentru obținerea de modele repetabile*
XI.CS.1.2. Reprezentarea compunerii a două sau mai multe transformări geometrice
- *trasarea etapizată a compunerilor (rotație + translație etc.)* - *redarea grafică a unui model decorativ bazat pe o succesiune de transformări* - *realizarea unui poster digital care compară efectele vizuale ale transformărilor succesive asupra unei forme inițiale*
XI.CS.1.3. Reprezentarea grafică a formelor auto-similare (fractali simpli)
- *reprezentarea manuală sau digitală a triunghiului lui Sierpinski și a fulgului lui Koch* - *aplicarea conceptului de auto-similitudine la modele decorative sau structurale (balcoane, ferestre, copertine)* - *realizarea unei compoziții proprii care evidențiază repetiția și scara în arhitectură*

CG 2 - Interpretarea relațiilor matematice implicate în procesele arhitecturale, pentru fundamentarea deciziilor de proiectare și optimizare în contexte cu constrângeri

XI.CS.2.1. Interpretarea proprietăților păstrate de transformările geometrice (distante, unghiuri, arii)
- *analiza transformărilor izometrice și a efectelor lor numerice* - *interpretarea păstrării distanțelor și unghiurilor în structuri modulare (pavaje, rețele de ferestre)* - *verificarea vizuală a conservării proporțiilor în GeoGebra (sau programe similare) și explicarea rezultatelor*
XI.CS.2.2. Interpretarea efectelor transformărilor afine și similare asupra proporțiilor și simetriei
- *analiza matematică a scalărilor și forfecărilor* - *explicarea efectelor vizuale ale transformărilor afine asupra formelor arhitecturale* - *investigarea impactului transformărilor asupra percepției de echilibru și stabilitate structurală*
XI.CS.2.3. Interpretarea fractalilor ca modele de creștere și repetiție în arhitectură
- *identificarea ideii de auto-similitudine în structuri naturale* - *explicarea modului în care fractalii pot modela regularități în fațade sau structuri ornamentale* - *utilizarea desenelor iterative pentru a ilustra raportul dintre ordine și complexitate în arhitectură*

CG 3 - Modelarea matematică a situațiilor arhitecturale prin relații funcționale, geometrice și algebrice simple, pentru formularea explicațiilor și a previziunilor coerente asupra structurii formelor

XI.CS.3.1. Modelarea transformărilor geometrice prin ecuații și relații funcționale simple
- *scrierea formulelor de transformare pentru translație, rotație, simetrie axială în contexte particulare date* - *aplicarea relațiilor la determinarea coordonatelor punctelor transformate* - *explicarea modelului geometric folosit într-un exemplu arhitectural (pavaj, arcade, simetrie de*

fațadă)
XI.CS.3.2. Modelarea compunerii transformărilor geometrice folosind reprezentări matriceale simple
- *folosirea produsului de matrice pentru a descrie o succesiune de transformări plane* - *aplicarea rezultatelor la modelarea unei structuri repetitive (ferestre, casete, coloane)* - *realizarea unui tabel sau grafic digital care ilustrează pașii modelului*
XI.CS.3.3. Modelarea formelor auto-similare prin reguli iterative simple
- *formularea regulii de generare a unui fractal plan (reducere la scară + repetare)* - *construirea pas cu pas a unei structuri auto-similare* - *explicarea semnificației geometrice și vizuale a regulii iterative în context arhitectural*

CG 4 - Argumentarea matematică a soluțiilor propuse, pentru susținerea unor decizii funcționale responsabile în cadrul proiectării

XI.CS.4.1. Argumentarea alegerii unui tip de transformare în configurații geometrice
- *justificarea matematică a alegerii transformării (simetrie, rotație, scalare)* - *argumentarea vizuală a soluției pentru o structură modulară* - *integrarea criteriilor de eficiență materială și repetitivitate funcțională*
XI.CS.4.2. Argumentarea efectelor structurale ale transformărilor geometrice
- *explicarea impactului vizual al rotațiilor, simetriilor și scalărilor* - *discutarea echilibrului dintre stabilitate și dinamism în modele geometrice* - *integrarea în context arhitectural prin studii de caz*
XI.CS.4.3. Argumentarea valorii funcționale a formelor auto-similare
- *prezentarea unei soluții proprii bazate pe repetiție și variație* - *argumentarea alegerii proporțiilor și raporturilor de scară* - *discutarea rolului conceptelor de ordine și complexitate*

CLASA a XI-a

CONȚINUTURI

Domenii de conținut	Conținuturi
Transformări geometrice și structuri auto-similare	**Transformări geometrice – concept și clasificare** • Definirea transformării geometrice ca funcție între mulțimi de puncte • Clasificarea transformărilor după proprietățile păstrate: izometrice, afine, conforme, proiective, echiareale • Exemple arhitecturale ale fiecărui tip (translații, rotații, simetrii, omotetii, forfecări) **Transformări izometrice (euclidiene)** • Translația, rotația, simetria axială și centrală – proprietăți și efecte asupra formelor • Conservarea distanțelor, a unghiurilor și a proporțiilor • Contexte practic-aplicative: repetiția și simetria în structuri arhitecturale, elemente decorative și module geometrice **Transformări afine și similare** • Noțiunea de transformare afină și scalare (dilatare/contracție) • Conservarea coliniarității, a paralelismului și a proporțiilor liniare • Aplicarea transformărilor afine în redimensionarea și adaptarea proporțiilor în planuri și fațade **Reprezentarea matriceală a transformărilor geometrice** • Asocieri între transformări geometrice și matrice (rotație, translație, scalare, forfecare) • Utilizarea coordonatelor omogene în reprezentarea bidimensională simplificată • Vizualizarea efectelor transformărilor prin desen geometric sau aplicații digitale simple (GeoGebra, Blender în modul de bază, *sau programe similare*) **Fractali – modele de auto-similaritate** • Ideea de formă auto-similară și generare recursivă; exemple: triunghiul lui Sierpinski, feriga Barnsley, fulgul lui Koch • Interpretarea fractalilor ca modele de creștere și repetiție în arhitectură (fațade, structuri, acoperișuri, tipare ornamentale) • Explorarea vizuală a fractalilor în programe grafice simple sau prin construcții iterative manuale **Notă:** *Transformările geometrice studiate dezvoltă nivelul operațional din clasa a X-a, având scopul de a consolida capacitatea de analiză formală și recunoașterea tiparelor geometrice în arhitectură.* *Fractalii sunt abordați din perspectivă vizual-conceptuală, ca modele de auto-similaritate, repetiție și echilibru între ordine și complexitate, fără calcule analitice.* *Instrumentele digitale sunt folosite exclusiv pentru vizualizare și explorare, nu pentru modelare profesională.* *Se va urmări realizarea unui mini-proiect aplicativ care presupune construirea unui model geometric (pe suport fizic sau digital) ce ilustrează o succesiune de transformări geometrice aplicate repetitiv – de exemplu, un pavilion inspirat din triunghiul lui Sierpinski sau o fațadă parametrică bazată pe simetrii și auto-similaritate – cu obținerea unei schițe sau randări însoțite de o explicație a principiilor matematice implicate. Rolul mini-proiectului este de a consolida înțelegerea relației dintre transformare, simetrie și proporție, dezvoltând capacitatea de a observa și descrie regularitățile formale din arhitectură.*

CLASA a XII-a

COMPETENȚE SPECIFICE (CS) ȘI EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE (EAI)

CG 1 - Reprezentarea riguroasă a formelor, proporțiilor și relațiilor spațiale din arhitectură, pentru exprimarea corectă și comparabilă a informațiilor geometrice și vizuale

XII.CS1.1. Reprezentarea grafică a funcțiilor și a relațiilor matematice implicate în probleme de optimizare
- *trasarea graficelor funcțiilor afine și de gradul al II-lea* - *reprezentarea grafică a unei funcții cost-suprafață pentru o construcție dată* - *realizarea unei reprezentări digitale comparative între funcția de cost și cea de eficiență*
XII.CS.1.2. Reprezentarea grafică a regiunii de soluții într-o problemă de programare liniară cu două variabile
- *reprezentarea sistemelor de inecuații în planul cartezian* - *delimitarea grafică a regiunii de fezabilitate* - *folosirea GeoGebra sau a unei foi de calcul pentru a evidenția vizual punctele candidate și soluția optimă*
XII.CS.1.3. Reprezentarea grafică a strategiilor și câștigurilor într-un joc simplu cu două decizii
- *construirea unei matrice de plată și a graficului câștigurilor în funcție de strategie* - *aplicarea unui cod de culoare pentru a evidenția strategiile dominante* - *utilizarea unui instrument digital pentru vizualizarea relațiilor dintre variabile*

CG 2 - Interpretarea relațiilor matematice implicate în procesele arhitecturale, pentru fundamentarea deciziilor de proiectare și optimizare în contexte cu constrângeri

XII.CS.2.1. Interpretarea relației dintre o funcție și punctele ei de extrem (minim, maxim) în contexte arhitecturale
- *identificarea punctelor de extrem ale unei funcții prin analiză numerică sau grafică* - *interpretarea rezultatelor în termeni de economie de spațiu, cost sau lumină naturală* - *discutarea implicațiilor asupra sustenabilității construcției*
XII.CS.2.2. Interpretarea semnificației geometrice a regiunii de soluții în programarea liniară
- *analiza relației dintre constrângeri și soluțiile posibile* - *interpretarea soluției optime în raport cu resursele disponibile* - *realizarea unei analogii între modelul matematic și un scenariu de proiectare cu limitări materiale*
XII.CS.2.3. Interpretarea rezultatelor unui joc strategic în termeni de echilibru și cooperare
- *analiza valorilor dintr-o matrice de plată* - *identificarea echilibrului Nash într-un joc simplu* (2×2) - *interpretarea deciziilor strategice în relație cu colaborarea dintre actori arhitecturali (arhitect, client, comunitate)*

CG 3 - Modelarea matematică a situațiilor arhitecturale prin relații funcționale, geometrice și algebrice simple, pentru formularea explicațiilor și a previziunilor coerente asupra structurii formelor

XII.CS.3.1. Modelarea problemelor de optimizare în contexte arhitecturale simple
- *formularea funcției obiectiv și a constrângerilor pentru o problemă concretă (de exemplu: minimizarea materialelor, maximizarea luminii naturale)* - *calcularea soluției numerice* - *transpunerea rezultatelor într-o reprezentare digitală și arhitecturală*
XII.CS.3.2. Modelarea unei situații de decizie printr-o matrice de plată simplă
- *organizarea datelor privind costurile și beneficiile variantelor de proiectare* - *completarea matricei și identificarea strategiei optime* - *realizarea unei prezentări vizuale care corelează rezultatele matematice cu argumentele ce stau la baza alegerii modelului și a strategiei*

XII.CS.3.3. Modelarea relației dintre variabilele de proiectare și indicatorii de sustenabilitate
- *stabilirea relațiilor matematice între suprafață, volum, cost și eficiență energetică* - *reprezentarea grafică a compromisului între cost și impact ecologic* - *interpretarea datelor pentru alegerea soluției optime din perspectivă durabilă*

CG 4 - Argumentarea matematică și vizuală a soluțiilor arhitecturale propuse, pentru susținerea unor decizii estetice și funcționale responsabile în cadrul proiectării

XII.CS.4.1. Argumentarea alegerii unei soluții arhitecturale pe baza unei analize matematice de optimizare
- *explicarea raționamentului care duce la alegerea soluției optime* - *prezentarea vizuală a relației dintre variabile (cost, spațiu, eficiență)* - *integrarea criteriilor estetice și sustenabile în justificarea deciziei finale*
XII.CS.4.2. Argumentarea strategiilor de cooperare în scenarii decizionale inspirate din teoria jocurilor
- *prezentarea unei situații de decizie cu două părți interesate* - *explicarea avantajului cooperării față de competiție* - *discutarea implicațiilor morale și sustenabile ale alegerilor în context urban sau comunitar*
XII.CS.4.3. Argumentarea deciziilor matematice în raport cu valorile estetice și sustenabile ale arhitecturii
- *prezentarea concluziilor unei analize (optimizare sau joc strategic) în formă vizuală și scrisă* - *explicarea echilibrului între performanța matematică și calitatea estetică* - *reflecția asupra rolului responsabilității și eficienței în proiectarea durabilă*

CLASA a XII-a
CONȚINUTURI

Domenii de conținut	Conținuturi
Optimizare și decizie rațională în proiectare	**Optimizarea în arhitectură – concept și motivație** • Identificarea situațiilor din arhitectură care presupun maximizare sau minimizare (arie, volum, cost, resursă, lumină, energie) • Utilizarea proprietăților funcțiilor de gradul I și al II-lea pentru determinarea valorilor extreme în contexte geometrice simple • Interpretarea grafică a punctelor critice și a condițiilor de optim **Aplicații geometrice ale optimizării** • Probleme de optimizare a dimensiunilor unor obiecte plane și spațiale (perimetru, arie, volum) • Determinarea dimensiunilor optime pentru elemente constructive sau structuri (grinzi, curți, ferestre, containere) • Analiza efectelor constrângerilor asupra soluției optime **Programare liniară (abordare intuitivă)** • Formularea unei probleme de optimizare cu două variabile în formă canonică • Reprezentarea grafică a regiunii de fezabilitate și identificarea soluției optime • Interpretarea soluției din perspectivă arhitecturală (costuri, materiale, suprafețe) **Optimizare și decizie strategică – introducere în teoria jocurilor** • Situații competitive sau colaborative în procesele de proiectare și planificare • Concepte fundamentale: jucători, strategii, câștiguri, echilibru Nash, jocuri cooperative și non-cooperative • Contexte practic-aplicative: negocierea între actori urbani (arhitect, comunitate, autorități, investitor) • Analiza deciziilor interdependente și identificarea echilibrelor posibile **Modelare și simulare a proceselor de alegere în arhitectură** • Scenarii de planificare urbană cu multiple interese și constrângeri • Reprezentarea matriceală simplificată a „matricei de plată” și interpretarea grafică a strategiilor optime • Explorarea jocurilor de tip „câștig-câștig” în proiecte sustenabile și colaborative **Notă:** *Problemele de optimizare și elementele introductive de teorie a jocurilor oferă elevului o perspectivă integrată asupra modului în care matematica sprijină luarea deciziilor fundamentate în arhitectură.* *Accentul se pune pe înțelegerea conceptuală și aplicarea intuitivă a metodelor, nu pe demonstrații analitice.* *Instrumentele digitale pot fi utilizate pentru vizualizarea grafică a funcțiilor și a regiunilor de soluții (GeoGebra, Desmos, simulatoare interactive simple).* *Se va urmări realizarea unui mini-proiect aplicativ care presupune formularea și rezolvarea unei probleme de optimizare inspirate dintr-o situație arhitecturală reală sau imaginară (de exemplu: determinarea dimensiunilor unei suprafețe vitrate pentru maximizarea luminii naturale la un cost dat sau alegerea strategiei optime de dezvoltare urbană într-un scenariu de tip „Alege cartierul ideal”). Rezultatul constă într-o prezentare sintetică (grafică și explicativă) care să demonstreze utilizarea metodelor matematice pentru fundamentarea unei decizii raționale, argumentate și responsabile. Mini-proiectul are rolul de a dezvolta capacitatea de modelare, argumentare și negociere rațională, competențe transversale relevante pentru formarea profesională în domeniul arhitecturii.*

SUGESTII METODOLOGICE

1. Principii generale pentru proiectarea activităților de învățare

Disciplina *Matematică aplicată în arhitectură* propune o abordare deschisă, interdisciplinară și reflexivă a matematicii, în care accentul se mută de la memorarea de procedee la *înțelegerea conceptelor și aplicarea lor în contexte estetice, funcționale și spațiale*. Profesorul are rolul unui ghid al descoperirii, nu doar al transmiterii de informații, stimulând curiozitatea și dialogul între limbajul matematic și expresia vizuală.

Predarea trebuie să se centreze pe:
- *experiențe de învățare vizual-interactive*, care facilitează trecerea de la idee la reprezentare (schiță, desen geometric, model digital);
- *activități de explorare și investigare*, care valorifică observația, ipoteza, experimentul și reflecția;
- *corelarea constantă între formă, măsură și semnificație*, pentru a arăta cum matematica sprijină echilibrul și coerența formelor arhitecturale.

Elevii trebuie încurajați să lucreze colaborativ, să își argumenteze deciziile și să compare diferite soluții posibile. În acest fel, învățarea matematicii capătă *caracter aplicativ și reflexiv*, dezvoltând capacitatea de raționament critic și estetic.

Instrumentele digitale (GeoGebra, aplicații 3D intuitive, platforme de vizualizare geometrică) sunt recomandate exclusiv ca *suport de reprezentare și verificare geometrică*, nu ca scop în sine. Accentul trebuie să rămână pe *gândirea matematică activă*, pe construcția progresivă a sensului și pe claritatea raționamentului.

Interdisciplinaritatea este o constantă a acestei discipline:
- conceptele matematice se pot corela cu *arte vizuale, fizică, istorie a arhitecturii, educație plastică și tehnologii*;
- elevii pot fi implicați în *micro-proiecte colaborative* care combină desenul, măsurarea, calculul și reflecția critică asupra spațiului.

Rolul profesorului este de a oferi elevilor instrumente pentru a înțelege structura lumii construite și pentru a raționa cu precizie, sensibilitate și responsabilitate. Astfel, profesorul de matematică care predă disciplina *Matematică aplicată în arhitectură* trebuie, în principal, să valorifice limbajul matematic ca mijloc de înțelegere și explicare a formelor vizuale. În acest sens, conținuturile și exemplele din programă trebuie abordate printr-o logică a descoperirii matematice în contexte vizuale.

Principii orientative pentru proiectarea lecțiilor:

- *de la concept la formă*: fiecare noțiune matematică nouă (proporție, vector, transformare, funcție, matrice etc.) se introduce pornind de la o observație vizuală — o imagine, un obiect arhitectural, o fotografie sau o schiță simplă — și se revine la aceasta după explicitarea matematică; *exemplu:* înainte de a introduce produsul scalar, profesorul poate arăta două raze de soare care formează un unghi pe o fațadă; apoi, în exerciții, unghiul devine un raport vectorial măsurabil;
- *de la formă la regulă*: elevii sunt invitați să extragă dintr-un exemplu arhitectural o relație matematică, nu doar să aplice o formulă dată; *exemplu:* se observă că repetiția unui modul de fereastră respectă un raport constant — elevii deduc singuri că este vorba despre o proporționalitate sau o transformare prin scalare;
- *echilibru între explicație și aplicație*: un timp didactic semnificativ poate fi dedicat raționamentului matematic propriu-zis (definiții, exerciții), iar cealaltă parte poate fi orientată aplicării într-un context vizual sau real (interpretare, desen, comparație de modele);

- *accent pe vizualizare și reprezentare***:** profesorul nu are nevoie de a fi utilizator al unor aplicații și tehnologii complexe; schițele manuale, grilele pe hârtie milimetrică, GeoGebra și foile de calcul sunt suficiente. Vizualizarea geometrică este în sine un exercițiu matematic;
- *învățarea activă prin micro-sarcini***:** se recomandă folosirea de activități scurte, aplicate (10–15 minute), prin care elevii *observă, compară, estimează și argumentează*; exemplele vizuale pot proveni din reviste, fotografii, detalii arhitecturale locale sau chiar din clădirea școlii;
- *feedback formativ și explicativ***:** corectarea nu vizează precizia artistică, ci *corectitudinea matematică a relațiilor exprimate* (raporturi, unghiuri, simetrii, proporții); explicația verbală este la fel de importantă ca desenul;
- *progresivitate anuală***:** programa școlară este construită în spirală, de la *reprezentare proporțională* (clasa a IX-a) până la *optimizare și decizie* (clasa a XII-a); competențele se consolidează prin reinterpretarea conceptelor într-un nou context, nu prin creșterea abruptă a dificultății.

2. Clarificări asupra sensului matematic al conceptelor și relația acestora cu arhitectura

În această secțiune sunt incluse repere conceptuale și interpretative pentru înțelegerea și predarea conținuturilor matematice într-un context arhitectural, având în vedere că fiecare concept abordat în cadrul disciplinei „Matematică aplicată în arhitectură” comportă o dublă dimensiune: una matematică, ce asigură rigoarea raționamentului, și una estetică, ce dă formă și expresie echilibrului vizual.

Prin clarificările prezentate pentru fiecare an de studiu, se urmărește sprijinirea profesorului în recunoașterea acestor sensuri complementare — numeric și vizual, abstract și concret — și în valorificarea lor pedagogică. Scopul nu este extinderea ariei matematice în sine, ci recontextualizarea ei: a face vizibilă legătura dintre proporție și armonie, dintre relațiile matematice și principiile compoziției arhitecturale.

Clasa a IX-a

Numere, rapoarte și proporții remarcabile în arhitectură

- **numărul de aur** și **raportul de aur** sunt expresia unei proporții ideale între părți și întreg, observabilă în natură și reprodusă, conștient sau nu, în arhitectură; matematic, raportul de aur este definit printr-o relație de diviziune: dacă un segment AB este împărțit de punct C ,interior segmentului dat, astfel încât $\frac{AB}{AC}=\frac{AC}{CB}=\varphi$, atunci această valoare comună φ reprezintă raportul de aur; din această egalitate rezultă ecuația $\varphi^2-\varphi-1=0$, a cărei soluție pozitivă este $\frac{1+\sqrt{5}}{2}\simeq 1,618$ (numărul de aur); profesorul poate traduce această ecuație într-un limbaj accesibil - „raportul între întreg și partea mai mare este egal cu raportul între partea mai mare și partea mai mică” – prezentat ca o formă numerică a echilibrului; în clasă, se poate aborda și demonstrația formală, dar foarte importantă este descoperirea vizuală a acestui echilibru; elevii pot trasa un segment arbitrar, îl pot împărți aproximativ conform acestei proporții, apoi pot verifica numeric; ideea esențială este să perceapă armonia vizuală rezultată: o parte nici prea mare, nici prea mică, ci „justă”, în sens aproape intuitiv; din acest punct, profesorul poate face legătura cu exemple naturale – spiralele unei cochilii, aranjamentele frunzelor, șirul de semințe dintr-o floare de floarea-soarelui – și cu forme arhitecturale canonice, precum frontonul Partenonului, unde se regăsește **dreptunghiul de aur** în care raportul dintre latura mare (a) și latura mică (b) este egal cu raportul dintre suma lor și latura mare: $\frac{a}{b}=\frac{a+b}{a}=\varphi$; se recomandă ca elevii să fie încurajați să construiască dreptunghiul de aur cu rigla și compasul, apoi să măsoare lungimile laturilor pentru a verifica raportul; în context arhitectural, această figură nu are valoare doar ca o construcție geometrică, ci trebuie percepută ca principiu de proporționare;

- introducerea **șirului lui Fibonacci** nu urmărește doar calculul termenilor, ci ideea de creștere proporțională: începând cu al treilea termen, fiecare termen este suma celor două anterioare, o formă simplă de tipar matematic regăsit în natură; elevii pot genera șirul, pot calcula raporturile dintre termeni succesivi și pot observa că acestea tind către 1,618; astfel, raportul de aur nu mai apare ca o constantă impusă, ci ca o limită naturală spre care tinde un proces iterativ; grafic, spirala Fibonacci oferă un instrument vizual de legătură între calcule și forme; prin construcția de pătrate cu laturile egale cu termenii șirului, elevii obțin o spirală care evocă simultan ordinea și creșterea organică; este un foarte bun context în care matematica devine limbaj plastic: elevul vede ceea ce calculează;
- **raportul de argint** este soluția pozitivă, notată prin δ și fiind egală cu $1+\sqrt{2} \simeq 2,414$, rezultată din ecuația $x^2 - 2x - 1 = 0$, dedusă din relația $\dfrac{2a+b}{a} = \dfrac{a}{b} = \delta$, unde a și b sunt lungimile a două segmente, dintre care $a > b$; δ (raportul de argint) este fundamentul proporției folosite, de exemplu, la formatele de hârtie din seria A (A0, A1, A2 etc.), unde menținerea raportului 1:√2 permite dublarea sau înjumătățirea suprafeței fără a modifica forma geometrică;
- rapoartele „de aur" și „de argint" sunt repere structurale în cultura vizuală și în construcția contemporană; matematic, toate aceste rapoarte se bazează pe aceeași idee: relația între parte și întreg care menține un echilibru vizual și funcțional; în arhitectură, ele asigură armonia și coerența între dimensiunile spațiilor; de aceea, la această disciplină, studiul lor nu urmărește dobândirea de competențe de calcul, ci formarea unei sensibilități matematice aplicate — înțelegerea faptului că numărul nu este doar o măsură, ci și o expresie a echilibrului; elevii pot fi invitați să caute în mediul construit (școală, locuință, stradă) rapoarte observabile: între înălțimea și lățimea unei ferestre, între fronton și bază, între ritmul golurilor de pe o fațadă; măsurând și comparând, elevii pot verifica dacă rapoartele se apropie de valori precum $1,5$ sau $1,6$ sau $1,7$ și pot argumenta estetic care dintre ele „se simte" mai echilibrat; astfel, activitatea devine o investigație estetică bazată pe raționament numeric;
- în completarea raportului de aur și de argint, profesorul poate deschide discuția despre spiralele asociate acestor proporții – figuri care transformă relația numerică într-o reprezentare geometrică, ca expresie a unei creșteri proporționale continue; spirala Fibonacci, de exemplu, se obține prin înscrierea de pătrate cu laturi egale cu termenii succesivi ai șirului lui Fibonacci și unirea colțurilor lor prin arce de cerc; forma rezultată se regăsește în cochilia de nautilus, în semințele de floarea-soarelui, în pinioane, în vârtejul galaxiei, deci în varii structuri naturale care se dezvoltă păstrând proporții constante între părți și întreg; în context arhitectural, aceste spirale devin modele de compoziție dinamică: pot fi observate în scări elicoidale, în dispunerea radială a spațiilor, în volumetrii care se extind ordonat;
- un alt număr fundamental, adesea prezent în natură și în construcții, este π, înțeles ca raportul dintre circumferința și diametrul oricărui cerc; spre deosebire de φ sau δ, care sunt soluții ale unor ecuații algebrice cu coeficienți întregi, π este irațional și transcendental, deci nu poate fi soluție a unei ecuații algebrice cu coeficienți întregi, dar definește cu precizie perfecțiunea formei circulare; în arhitectură, el se întâlnește în cupole, coloane, arce, în toate structurile în care rotunjimea exprimă continuitate și unitate; în matematică, π este o constantă; în arhitectură, π devine o cheie vizuală – proporția care face posibilă simetria rotundului; o activitate sugestivă ar putea fi măsurarea empirică a circumferinței unor obiecte cilindrice și verificarea raportului dintre circumferință și diametru $\simeq 3,14$, pentru a arăta cum un număr universal „guvernează" forma rotundă oriunde în jurul nostru.
- formele recurente și proporțiile în natură aduc împreună toate aceste idei: raportul de aur, raportul de argint, π, spiralele, simetriile; acestea relevă elevului că matematica nu este un limbaj impus realității, ci unul descoperit în structura lumii; profesorul poate invita elevii să observe tipare naturale – frunze dispuse în spirală, faguri hexagonali, crengi care se bifurcă după o proporție constantă – și să discute despre funcționalitatea matematică a acestor forme: eficiența spațiului, rezistența, repetabilitatea; în arhitectură, același principiu stă la baza

proporționării spațiilor: economia materialelor, lumina distribuită uniform, echilibrul volumetric.

Construcții geometrice ale secțiunii și ale dreptunghiului de aur

- după înțelegerea semnificației matematice a rapoartelor, ca relație numerică între părți și întreg, pasul firesc este trecerea de la valoarea abstractă la formă vizuală – de la idee la construcție; în acest sens, secțiunea de aur trebuie percepută ca mod geometric de a împărți un segment astfel încât raportul dintre întreg și partea mai mare să fie egal cu raportul dintre partea mai mare și partea mai mică; aceasta este, de fapt, o proporție auto-similară, traductibilă geometric printr-o succesiune de pași logici și vizibili; în construcția clasică, un pătrat devine punctul de plecare al unei demonstrații vizuale care se bazează pe noțiuni precum mijlocul unui segment, cerc, centru și rază; utilitatea acestei construcții constă în faptul că îmbină precizia raționamentului cu vizualizarea grafică: fiecare pas este justificat numeric, dar se încheie într-o imagine armonioasă; elevul nu doar calculează, ci „vede” cum apare proporția, inclusiv prin intermediul aplicațiilor digitale; utilizând GeoGebra, elevii pot repeta construcția, pot măsura și verifica numeric raportul rezultat, pot modifica liber segmentul inițial și observa cum proporția rămâne constantă; instrumentele digitale nu înlocuiesc înțelegerea geometrică, ci o confirmă și o fac explorabilă; dincolo de exercițiul grafic, construcțiile geometrice au un scop formativ mai profund: transferul ideii de proporție în limbajul formelor arhitecturale și decorative; dreptunghiul de aur apare în compoziția fațadelor clasice, în planurile bisericilor renascentiste, în modularea vitraliilor, dar și în designul contemporan, de la mobilier la interfețe grafice; profesorul poate încuraja elevii să caute, în reprezentări arhitecturale sau imagini, astfel de proporții – în înălțimea și lățimea unei ferestre, în ritmul deschiderilor de pe o fațadă sau în compartimentarea unui plan.

Proporții și armonii geometrice

- studiul proporțiilor se extinde către raporturile armonice, înțelese ca relații numerice simple, dar cu efect vizual profund, regăsite în forme geometrice regulate: triunghiul echilateral, pentagonul regulat, decagonul; în aceste figuri, ordinea nu se exprimă prin lungimi arbitrare, ci prin rapoarte constante între laturi, diagonale și unghiuri, care produc impresia de echilibru; matematic, un exemplu relevant este pentagonul regulat, unde diagonala și latura se află exact în raportul de aur; astfel, φ se regăsește în structura formei regulate: desenând un pentagon, elevii pot observa că dintr-o simplă construcție geometrică apare același raport care definea dreptunghiul de aur; decagonul, derivat prin împărțirea cercului în zece arce egale, exprimă o armonie similară, în care raportul între lungimile razei și corzii ce determină un unghi la centru de $36°$, reprezintă un raport apropiat de cel al proporției de aur; triunghiul echilateral, la rândul lui, exprimă o altă formă de echilibru, bazată pe regularitate; profesorul poate transforma aceste observații în exerciții de descoperire: desenând forme regulate, măsurând segmente, calculând rapoarte, elevii pot constata că „armonia” vizuală este o consecință numerică, nu o impresie subiectivă; în acest sens, geometria leagă rațiunea de percepție: aceeași relație $\frac{a}{b}=\varphi$ descrie, în limbaj matematic, ceea ce ochiul percepe drept echilibru;
- pe această bază se poate introduce conceptul de **dreptunghi armonic** sau **dreptunghi Hambridge**, propus de matematicianul și teoreticianul Jay Hambidge la începutul secolului XX; astfel, o serie de dreptunghiuri „dinamice” este generată pe rapoarte între laturile figurilor regulate – dreptunghiul bazat pe $\sqrt{2}$ (valoarea raportului laturilor sale), pe $\sqrt{3}$, pe $\sqrt{5}$ – care pot fi descompuse în forme similare mai mici; matematic, o **subdiviziune armonică** înseamnă că, dacă un dreptunghi are lungimile laturilor în raport $\frac{a}{b}=k$, atunci și dreptunghiurile rezultate prin împărțire (după reguli date), au lungimile laturilor în același raport k; această proprietate, numită *auto-similaritate* (ordine care se repetă la scară), permite multiplicarea ordonată a proporțiilor și este utilizată în analiza unor opere

de artă și în proiectarea arhitecturală; spre exemplu, un dreptunghi de tip $\sqrt{2}$ poate fi împărțit în două dreptunghiuri identice (prin unirea mijloacelor laturii lungi), proprietate folosită la stabilirea formatelor standard de hârtie (A0, A1, A2), dar și în arhitectura modernistă, unde regularitatea modulară devine principiu compozițional; ideea se poate extinde și la alte rapoarte: un dreptunghi de tip $\sqrt{3}$ poate fi împărțit în trei dreptunghiuri asemănătoare, un dreptunghi $\sqrt{5}$ în cinci, fiecare păstrând aceeași proporție între lungimile laturilor; fiecare radical exprimă un ritm numeric al compoziției: 2, 3, 5... ritmuri care se regăsesc și în muzică, și în structura naturală a formelor;

- din perspectivă arhitecturală, descompunerile armonice oferă o metodă de organizare modulară: o fațadă, un plan sau un spațiu pot fi împărțite în segmente proporționale între ele, fără pierderea unității vizuale; de exemplu, o compoziție bazată pe un dreptunghi de tip $\sqrt{2}$ poate fi subdivizată în module mai mici pentru ferestre, nișe, panouri sau deschideri, toate păstrând echilibrul vizual al ansamblului; aceste subdiviziuni sunt o aplicație concretă a conceptului de asemănare: elevii pot verifica prin măsurători că raportul dintre laturi se conservă indiferent de scară; pentru elev, contextul matematic oferă o lecție despre recurență și ritm, evidențiind cum o proporție matematică poate genera o compoziție vizuală coerentă, multiplicabilă și ordonată;
- în arhitectură, proporțiile organice de creștere se traduc prin modul în care o construcție își poate extinde ordinea fără a-și pierde coerența; un ansamblu arhitectural bine proporționat permite adăugarea de volume noi, ferestre sau detalii, fără ca forma să devină dezechilibrată – pentru că între părți se menține același raport fundamental; ca exemplu didactic, dacă elevii desenează o succesiune de pătrate cu laturi egale cu termenii șirului (1, 1, 2, 3, 5, 8, …) și unesc colțurile lor prin arce de cerc, obțin o spirală Fibonacci; aceasta reprezintă grafic o creștere în care fiecare etapă se sprijină proporțional pe cea anterioară, iar forma generală rămâne coerentă; din perspectivă pedagogică, nu se urmărește demonstrarea unor teoreme despre acest șir, ci orientarea elevilor spre înțelegerea principiului proporționalității recurente – ideea că armonia nu este statică, ci dinamică: se păstrează tocmai prin mișcare și creștere ordonată.

Proporționalitate și asemănare în context arhitectural

- conceptele fundamentale de proporționalitate și asemănare sunt transpuse din domeniul matematic într-un limbaj al observației și măsurii vizuale; proporționalitatea nu mai reprezintă doar egalitatea a două rapoarte numerice, ci măsura armoniei între dimensiunile reale ale obiectelor; în arhitectură, proporția exprimă echilibrul între părțile unei construcții, iar asemănarea garantează fidelitatea geometrică a reprezentării — de la desenul unei fațade la macheta unei clădiri;
- aplicarea proporționalității în calcule elementare (lungimi, arii, volume) capătă un sens concret prin măsurarea unui perete, estimarea suprafeței unei pardoseli sau determinarea volumului unui soclu devin exerciții de traducere între măsură matematică și formă construită; în analiza clădirilor istorice, elevii pot verifica prin măsurători sau imagini rapoartele dintre părțile componente: lățimea fațadei și înălțimea frontonului, ritmul golurilor, relațiile dintre registre;
- **sistemul modular** este privit drept o grilă de proporționare care organizează toate dimensiunile unei construcții în multipli sau submultipli ai unei unități fundamentale; matematic, sistemul modular se bazează pe repetarea unei unități proporționale; arhitectural, el asigură coerența întregului; prezentarea sistemului modular oferă ocazia de a arăta că proporționalitatea este o lege de organizare, nu doar un calcul: ea stabilește rapoarte constante între elemente diferite, asigurând unitatea vizuală și funcțională; elevii pot experimenta reconstituind sistemul modular al unei clădiri – clasice sau moderne – și observând cum dimensiunile aparent variate se raportează la o măsură comună; astfel, elevii pot analiza fațada unei clădiri istorice simple, cum este un templu grec sau o clădire neoclasică din orașul lor (o primărie, un teatru, un liceu vechi); ca cerință asociată, elevii pot identifica o unitate de măsură comună – de pildă, diametrul coloanei sau lățimea unei ferestre – și să observe dacă celelalte dimensiuni se pot exprima ca multipli sau submultipli ai acesteia, cu următoarele constatări: înălțimea coloanei este de aproximativ 6 module (adică de șase ori diametrul bazei); distanța dintre două coloane este 1

modul; înălțimea frontonului este 2 module; lățimea întregii fațade este 12 module; toate aceste valori derivă dintr-o singură măsură inițială, iar elevii descoperă că ordinea proporțională a clădirii este construită pe repetiția unui modul — o regulă simplă care unifică elemente diferite; pentru un exemplu contemporan, aceeași metodă se poate aplica la o fațadă modernă cu ferestre repetitive, cum sunt cele din arhitectura minimalistă sau industrială; elevii pot măsura (dintr-o fotografie sau plan) lățimea unei ferestre și observa că ritmul golurilor și plinurilor se bazează pe multipli ai acestei dimensiuni, iar înălțimea nivelurilor se repetă după o proporție constantă; prin acest exercițiu, ei înțeleg practic sensul sistemului modular: unitatea vizuală se obține prin regularitate numerică, iar variațiile nu distrug ordinea, ci o pun în valoare prin repetiție proporțională;
- elevii pot compara diferite modele de proporționare, cum ar fi raportul $1:\sqrt{2}$ (raportul de argint, folosit în arhitectura modernistă și în formatul ferestrelor standard) sau raportul $3:4$, frecvent în arhitectura vernaculară; prin comparații asupra diferitelor proporții, elevii descoperă că nu există o singură proporție „perfectă”, ci mai multe sisteme de echilibru vizual, fiecare cu expresia sa estetică: proporția de aur conferă impresia de armonie organică, raportul $1:\sqrt{2}$ sugerează ordine rațională și stabilitate, iar raporturile simple ($2:3$, $3:4$) creează ritmuri funcționale ușor de perceput.

Metode de calcul și modelare geometrică
- în această ultimă secțiune, atenția se mută de la proporții la **măsurare și reprezentare**; prin descompunerea formelor complexe în forme simple, elevi înțeleg principiul analizei geometrice: orice volum arhitectural – o coloană, o scară, un portal, o cornișă – poate fi aproximat prin combinații de prisme, cilindri, conuri sau piramide; calculul ariilor și volumelor devine un exercițiu de gândire structurală, nu doar de aplicare a formulelor; elevul învață să reducă/descompună formele la corpuri geometrice de bază, pentru a o putea măsura și, mai ales, înțelege;
- **utilizarea secțiunilor și a vederilor ortogonale** extinde această înțelegere: este modul prin care spațiul tridimensional se traduce prin reprezentare bidimensională; legătura dintre plan, fațadă și secțiune este privită ca relație între proiecții ortogonale, cu implicarea perpendicularității și proporționalității; exercițiile pot consta în estimarea dimensiunilor reale ale unui obiect pornind de la desen;
- introducerea intuitivă în **reprezentarea digitală** (prin GeoGebra sau aplicații grafice 2D simple) aduce un câștig esențial: vizualizarea interactivă; elevii pot construi figuri, modifica dimensiuni, roti forme, verifica proporții și măsura automat arii și volume.

Clasa a X-a

Vectori – noțiuni fundamentale
- studiul vectorilor reprezintă punctul de trecere de la geometria formei la geometria mișcării și a orientării; în contextul arhitectural, vectorul nu este privit doar un segment orientat, ci ca pe un simbol al direcției, al forței și al organizării spațiului; reprezentarea vectorilor în plan și în spațiu permite elevilor să înțeleagă cum **direcția, sensul și modulul** definesc relațiile dintre elementele unei construcții: înălțimea unui perete, panta unui acoperiș, orientarea unei grinzi, direcția luminii;
- **coordonatele carteziene,** în plan și spațiu, sunt introduse în context aplicativ: fiecare punct, linie sau plan poate fi localizat și descris riguros în spațiu, ca bază conceptuală pentru **modelarea tridimensională** pentru orice formă de reprezentare în arhitectură;
- operațiile cu vectori capătă o semnificație concretă: **regula triunghiului** ilustrează adăugarea succesivă de deplasări (trasee, linii de forță, traiectorii de proiectare); **regula paralelogramului** exprimă combinarea a două direcții într-o singură orientare rezultantă – un model al echilibrului dintre forțe;

- conceptul de **vect21or de direcție** explică vizual orientarea unei pante, a unui perete înclinat sau a unei rampe; noțiunea de **vector de poziție** este legată de ideea de localizare; calculul vectorului de poziție al mijlocului unui segment sau al centrului de greutate al unui triunghi are în arhitectură o semnificație directă: este mijlocul unui perete, centrul unui spațiu, punctul de echilibru al unei compoziții; se poate ilustra acest lucru prin identificarea „centrului” unei ferestre, al unei încăperi sau al unei fațade, ca punct de echilibru geometric obținut prin raționament vectorial;
- în forma analitică, operațiile cu vectori se traduc în formule precise, dar sensul lor rămâne spațial: diferența dintre două puncte oferă vectorul de deplasare, suma a doi vectori dă direcția rezultantă, iar produsul scalar sau vectorial (în extensii ulterioare) permite determinarea unghiului sau a ortogonalității dintre elemente; elevii învață, astfel, că analiza vectorială nu e doar o tehnică de calcul, ci o formă de a gândi tridimensional — de a descrie, cu mijloace matematice, spațiul arhitectural;
- la nivel aplicativ, noțiunea de **descriere și orientare a elementelor arhitecturale** se concretizează prin direcții ale vectorilor: verticală - ca direcție a pereților și a stâlpilor portanți; orizontală – pentru descrierea planșeelor, cornișelor, liniilor de demarcație ale spațiilor; oblică – pentru caracterizarea pantelor acoperișurilor sau direcțiilor de scurgere a apei; vectorii luminii (asociați razelor de lumină) pot fi folosiți pentru a interpreta orientarea unei logii sau a unei fațade în raport cu soarele.

Vectori în contexte arhitecturale

- în arhitectură, vectorii reprezintă instrumente de **descriere a orientării, a unghiurilor și a relațiilor spațiale** dintre elemente — pereți, planșee, fațade sau acoperișuri; determinarea **orientării fațadelor** se poate realiza prin raportarea la axele carteziene sau la punctele cardinale; un vector poate descrie direcția perpendiculară pe planul unei fațade (vectori normali), iar unghiul dintre doi vectori normali permite evaluarea **unghiului dintre două plane**: de exemplu, între două aripi ale unei clădiri, între acoperiș și perete, sau între planul ferestrei și planul de referință;
- pentru contexte **practic-aplicative**, se pot propune exerciții de **verificare a ortogonalității** între elemente constructive: verificarea dacă planșeul este perpendicular pe peretele de susținere (produsul scalar între vectorii normali ai planurilor trebuie să fie 0); stabilirea direcției optime a unei ferestre față de orientarea luminii solare, exprimată prin unghiul dintre vectorul normal la fațadă și vectorul care indică direcția razelor solare;
- prin **reprezentări vectoriale în GeoGebra sau în aplicații 2D/3D**, elevii pot vizualiza direct aceste relații: vectorii pot fi desenați, rotiți, măsurați, iar unghiurile dintre aceștia pot fi determinate ca măsură.

Matrice – noțiuni de bază

- în această etapă, elevii percep **matricea** nu doar ca organizare tabelară de numere, ci ca un mod de organizare numerică a relațiilor spațiale; fiecare element al matricei poate reprezenta o coordonată, o transformare, o corespondență între puncte, planuri sau direcții; matricea devine o formă de scriere ordonată a spațiului — un „plan numeric” al relațiilor geometrice; o matrice de tip 2×2 sau 3×3 permite descrierea pozițiilor sau a transformărilor geometrice simple; transpusa unei matrice are sens geometric atunci când se schimbă perspectiva dintre sistemul de coordonate și elementul analizat — un concept util pentru a înțelege relațiile dintre proiecții;
- **operațiile elementare** – adunarea, înmulțirea cu un scalar, produsul de matrice – capătă semnificație aplicativă: ele exprimă combinarea proporțională a informațiilor spațiale, scalarea dimensiunilor sau compunerea transformărilor (de exemplu, două rotații succesive în plan);

- introducerea în calculul matriceal urmărește înțelegerea modului în care o relație geometrică poate fi reprezentată numeric, într-o structură ordonată.

Transformări geometrice în plan și în spațiu (abordare intuitivă)

- în această etapă, elevii descoperă că formele geometrice pot fi modificate ordonat (deplasate, rotite sau redimensionate), fără a-și pierde identitatea vizuală; prin exemple simple, reprezentate grafic sau digital, transformările geometrice devin instrumente de explorare vizuală a modului în care o formă se poate repeta, amplifica sau reorienta în spațiu;
- folosind matricele, elevii pot descrie transformări precum: translația, care deplasează o figură într-o altă poziție, rotația, care schimbă orientarea unei forme în jurul unui punct fix; scalarea (omotetia), care mărește sau micșorează proporțional o figură; aceste transformări sunt interpretate intuitiv, ca operații vizuale asupra obiectelor arhitecturale: deplasarea unui modul într-o fațadă, rotirea unui element decorativ sau redimensionarea unei ferestre păstrând proporțiile;
- scopul acestei etape este familiarizarea cu ideea de transformare geometrică și înțelegerea faptului că orice modificare geometrică poate fi exprimată numeric; această bază intuitivă va fi dezvoltată în clasa a XI-a, când transformările vor fi studiate riguros ca modele funcționale și matriciale, capabile să descrie sistematic relațiile dintre forme arhitecturale și proporțiile lor variabile.

Aplicații interdisciplinare și interpretare vizuală

- noțiunile despre vectori, matrice și transformări geometrice sunt integrate în contexte interdisciplinare, explorând relațiile spațiale din construcții modulare simple; prin activități grafice realizate pe hârtie milimetrică, în GeoGebra sau în aplicații 3D elementare, elevii pot vizualiza cum o formă arhitecturală se modifică prin translație, rotație sau scalare; de exemplu, deplasarea succesivă a unui modul (ferestre, arcade, panouri) poate fi reprezentată ca o translație repetată, iar rotirea unui element decorativ ca o transformare de simetrie; compararea efectelor transformărilor asupra proporțiilor și simetriei permite elevilor să observe cum o mărire uniformă păstrează echilibrul formei, în timp ce o transformare neuniformă îl modifică intenționat.

Clasa a XI-a

Transformări geometrice – concept și clasificare

- se trece de la nivelul intuitiv al studiului transformărilor (clasa a X-a) la prezentarea acestora ca funcții între mulțimi de puncte, adică drept corespondențe care asociază fiecărui punct dintr-o figură inițială un punct dintr-o figură transformată; astfel, transformarea geometrică nu este doar o deplasare sau o deformare, ci o regulă matematică ce descrie ordinea modificării spațiului;
- la nivel descriptiv, transformările geometrice sunt prezentate după proprietățile pe care le păstrează: **izometrice** (păstrează distanțele: translația, rotația, simetria axială); **afine** (păstrează paralelismul și raporturile, dar nu neapărat lungimile: omotetia, forfecarea; **conforme** (păstrează unghiurile, fiind folosite pentru reprezentări realiste ale suprafețelor curbate); **proiective** (conservă alinierea punctelor, fundamentale în perspectiva arhitecturală); **echiareale** (păstrează aria, utile pentru transformări cu echilibru vizual constant); fiecare tip de transformare își găsește o corespondență arhitecturală firească: translațiile definesc repetarea ritmică a modulelor într-o fațadă; rotațiile descriu simetrii de compoziție (cupole, scări elicoidale, dispuneri circulare); simetriile asigură echilibrul vizual între părți și întreg; **omotetiile** exprimă variații de scară, cum se întâlnesc în structurile ierarhizate; forfecările apar în compozițiile moderne, unde verticalele și orizontalele sunt deliberat deformate pentru efecte dinamice; pentru o mai bună înțelegere a aplicabilității acestor transformări, profesorul de matematică colaborează cu profesorii de specialitate pentru a susține demersul cu exemple potrivite din arhitectură;

- prin exemple, elevii înțeleg că transformarea geometrică este un mod de a modifica forma păstrându-i regulile interne; o utilitate aplicativă este dată de compararea vizuală a transformărilor asupra acelorași figuri sau volume, pentru a evidenția proprietățile care se conservă și cele care se modifică.

Transformări izometrice (euclidiene)

- transformările izometrice (care păstrează distanțele, unghiurile și proporțiile între puncte) sunt în relație cu ideea de mișcare rigidă: forma se poate deplasa, roti sau reflecta, dar rămâne identică din punct de vedere metric; această proprietate le conferă o importanță deosebită în arhitectură, unde ordinea vizuală și simetria structurală depind de conservarea proporțiilor; matematic, aceste transformări se pot exprima prin formule vectoriale sau matriceale simple, iar compunerea lor conduce la mişcări complexe;
- în activitățile didactice, se pot utiliza reprezentări grafice sau simulări digitale (în GeoGebra sau alte aplicații 2D/3D), prin care elevii să vizualizeze cum aceste transformări afectează poziția, dar nu forma; elevii descoperă că simetria, repetiția și rotația nu sunt doar principii estetice, ci forme de ordine matematică – expresii vizuale ale conservării și stabilității proporțiilor.

Transformări afine și similare

- **transformările afine** extind ideea de mișcare dincolo de rigiditatea izometrică: ele permit modificarea proporțională a dimensiunilor, păstrând coliniaritatea, paralelismul și proporțiile; în termeni matematici, o transformare afină este o funcție care asociază fiecărui punct dintr-un plan un alt punct, astfel încât liniile drepte rămân drepte, iar raporturile de pe aceeași linie se păstrează;
- una dintre cele mai intuitive forme de transformare afină este **scalarea** (dilatarea/contracția): mărirea sau micșorarea unei figuri față de un punct fix, în mod uniform sau diferențiat pe direcțiile principale; aceasta permite explorarea noțiunii de scară, esențială în arhitectură – o fațadă poate fi redusă păstrând proporțiile, un desen poate fi redimensionat fără a-și pierde coerența, un modul poate fi multiplicat la dimensiuni diferite, dar compatibile;
- matematic, aceste transformări se exprimă cu ajutorul matricelor și operațiilor cu acestea, care pot combina translații, rotații și scalări într-un singur model; în arhitectură, transformările afine și similare stau la baza proceselor de redimensionare și adaptare: redimensionarea unei ferestre păstrând proporția dintre lățime și înălțime; extinderea unui plan de fațadă pe o direcție, conservând paralelismul elementelor; adaptarea ritmului golurilor la o nouă scară a clădirii;
- **transformările similare** sunt acele transformări care modifică dimensiunile unei forme, dar păstrează unghiurile și raporturile proporționale dintre laturi; matematic, două figuri sunt similare dacă una se poate obține din cealaltă printr-o scalare uniformă (omotetie), urmată eventual de o rotație sau o translație; cu alte cuvinte, forma rămâne aceeași, dar scara se schimbă; în arhitectură, ideea de similaritate are o relevanță directă: ea explică cum se pot replica, adapta sau amplifica proporțiile unui element fără a altera echilibrul compozițional; de exemplu: o fereastră mică și una mare pot fi similare dacă au aceleași raporturi între înălțime și lățime; o scară monumentală și o scară interioară pot păstra proporții similare, deși dimensiunile absolute diferă; între fațada principală și un detaliu decorativ poate exista o relație de similitudine care conferă unitate vizuală întregului ansamblu; elevii învață că două obiecte pot fi diferite ca mărime, dar asemănătoare prin structură: proporționalitatea este cea care menține identitatea vizuală.

Reprezentarea matriceală a transformărilor geometrice

- prin conținuturile anterioare s-a urmărit clarificarea semnificației geometrice a transformărilor, noile conținuturi conducând elevul spre etapa de exprimare a acestora prin matrice, devenind astfel ușor de reprezentat, combinat și aplicat numeric; fiecare transformare geometrică (translație, rotație, scalare sau forfecare) corespunde unei matrice caracteristice, astfel:

- translația: $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$, unde oricărui punct din plan de coordonate $(x.y)$, prin translația caracterizată de deplasările t_x și t_y, coordonate ale vectorului de translație $\vec{t} = (t_x, t_y)$, îi corespunde punctul de coordonate (x', y'), unde ;
- rotația în jurul originii, cu unghi θ: $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, unde oricărui punct din plan de coordonate $(x.y)$, prin rotație, îi corespunde punctul de coordonate (x', y'), ca model matematic al rotației rigide care modifică orientarea punctului, păstrând distanța față de origine;
- scalarea (dilatarea/contracția) cu factori k_x și k_y pe cele două axe Ox, respectiv Oy : $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, unde oricărui punct din plan de coordonate $(x.y)$, prin scalare, îi corespunde punctul de coordonate (x', y');
- forfecarea: $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ (pe direcție orizontală), $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ v & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ (pe direcție verticală), unde h și v sunt coeficienți de forfecare care exprimă cât de mult se deplasează un punct pe direcția orizontală/verticală pentru fiecare unitate de înălțime/lățime; spre exemplificare, o carte dreptunghiulară așezată pe masă, dacă este împinsă ușor în lateral pe una dintre fețe, atunci forma rămâne dreptunghiulară, dar vizual avem imaginea unui paralelogram (ca efect vizual);

- se recomandă ca modelele matriceale să fie explorate interactiv în *GeoGebra* sau în aplicații 2D/3D elementare (de exemplu, *Blender*), unde elevii pot modifica valorile numerice din matrice și observa în timp real efectul asupra figurii;
- **coordonatele omogene** reprezintă o metodă eficientă de a scrie toate transformările geometrice (rotații, scalări, forfecări și translații) într-un singur cadru unificat, folosind matrice extinse; în coordonate omogene, un punct (x, y) din plan este scris ca un triplet $(x, y, 1)$; în acest sens, transformările se pot scrie în format matriceal astfel: $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & t_x \\ c & d & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$, unde a, b, c și d definesc tipul transformării (rotație, scalare, forfecare), iar t_x și t_y introduc deplasarea;
- introducerea coordonatelor omogene, chiar într-o formă simplificată, le permite elevilor să reprezinte toate transformările geometrice – inclusiv translația – prin operații matriciale unificate; acest pas permite elevului înțelegerea modului în care funcționează programele de grafică 2D și 3D, unde fiecare deplasare, rotație sau redimensionare este definită numeric; prin vizualizarea efectelor transformărilor, prin desen geometric sau prin aplicații digitale, elevii pot observa direct cum modificarea valorilor din matrice se reflectă în schimbări vizuale ale poziției/formei.

Fractali – modele de auto-similaritate

- tema fractalilor corespunde ideii de ordine prin repetiție și variație; un fractal este o figură geometrică care prezintă auto-similaritate, adică fiecare parte a ei seamănă cu întregul, indiferent de scară; forma se repetă la infinit, respectând o regulă simplă aplicată recursiv; elevii pot descoperi această idee prin exemple celebre:

- triunghiul lui Sierpiński, obținut prin eliminarea succesivă a triunghiurilor dintr-o formă inițială, care demonstrează cum o structură complexă se poate construi printr-o regulă geometrică repetitivă (https://en.wikipedia.org/wiki/Sierpi%C5%84ski_triangle) ;
- fulgul lui Koch, generat prin adăugarea repetată a triunghiurilor mici pe fiecare latură, ilustrând cum o linie finită capătă o lungime infinită — o paradoxală ordine în infinit; (https://en.wikipedia.org/wiki/Koch_snowflake)
- feriga Barnsley, construită prin reguli de transformare afine, arătând cum o formă naturală poate fi modelată prin procese matematice simple.
- (https://en.wikipedia.org/wiki/Barnsley_fern)

- din perspectivă arhitecturală, fractalii pot fi interpretați ca modele de organizare modulară și repetitivă, care se regăsesc în compoziția fațadelor ritmice, unde un motiv se repetă la scări diferite, în structura acoperișurilor ramificate sau a schemelor structurale care multiplică un element de bază, în tiparele ornamentale geometrice, unde simetria și variația creează coerență vizuală;
- se recomandă explorarea vizuală a fractalilor prin programe grafice simple (GeoGebra, Fractal Explorer, aplicații de generare iterativă), cât și prin construcții manuale pe hârtie milimetrică — desenând, de exemplu, trei etape succesive ale fulgului lui Koch sau ale triunghiului lui Sierpiński; aceste activități îi ajută pe elevi să observe cum complexitatea apare din reguli simple, iar matematica devine o formă de creație.

Clasa a XII-a

Optimizarea în arhitectură – concept și motivație

- **optimizarea**, ca proces prin care se caută cea mai avantajoasă soluție dintr-un ansamblu de posibilități, respectând anumite condiții sau constrângeri, este prezentă în arhitectură în aproape toate deciziile de proiectare: *maximizarea* luminii naturale, *minimizarea* consumului de materiale, *optimizarea* volumului util, *reducerea* costului energetic, *creșterea* eficienței spațiului sau *echilibrarea* proporțiilor vizuale; astfel, optimizarea devine o formă de raționament matematic aplicat, care transformă intuiția estetică într-un proces riguros de alegere; elevii învață să identifice situații concrete în care se aplică ideea de *maxim* sau *minim*: de exemplu, determinarea dimensiunilor unei încăperi care oferă cel mai mare volum pentru o suprafață dată, alegerea unghiului optim de înclinare a unei suprafețe pentru expunere solară maximă, sau stabilirea formei care minimizează pierderile de căldură;
- din punct de vedere matematic, se utilizează proprietățile funcțiilor de gradul I și al II-lea, ale căror grafice oferă o imagine clară a variației unei mărimi și a poziției valorilor extreme; prin funcțiile de gradul I se exprimă relații directe între mărimi – de exemplu, creșterea proporțională a costului cu dimensiunea unui element –, iar funcțiile de gradul al II-lea descriu relații de echilibru și curbură, în care se poate determina punctul optim (minim sau maxim); se pune accentul pe lectură grafică în baza căreia elevul identifică locul unde o formă, o valoare sau o relație este cea mai eficientă; activitatea poate fi ghidată prin aplicații vizuale: trasarea curbelor funcțiilor, marcarea punctelor critice și analiza lor în contexte geometrice simple (de exemplu, optimizarea ariei unei suprafețe pentru un perimetru dat sau maximizarea volumului unei structuri în anumite condiții invariabile.

Aplicații geometrice ale optimizării

- în baza înțelegerii conceptului general de optimizare, elevii sunt puși în contexte de aplicare în situații geometrice concrete, legate de construcțiile arhitecturale, asigurându-se o finalitate practică prin care se caută forma sau dimensiunea care răspunde cel mai bine unui criteriu dat; problemele pot viza maximizarea sau minimizarea unor mărimi geometrice simple: perimetrul, aria, volumul sau raportul dintre acestea; exemple clasice, transpuse în contexte arhitecturale, includ: determinarea formei cu arie maximă pentru un perimetru constant (de exemplu, optimizarea formei unei curți sau a unui parc); calculul dimensiunilor care asigură volumul maxim pentru o cantitate dată de material (de exemplu, dimensionarea optimă a unui container, a unei cămări sau a unui spațiu de depozitare); aflarea proporțiilor care minimizează pierderile (de lumină, de căldură sau de material) pentru o fațadă sau o suprafață dată; prin aceste exemple, elevii descoperă că funcțiile matematice pot descrie procese de proiectare, iar condițiile de optim derivă logic din relațiile dintre dimensiuni;

- determinarea dimensiunilor optime pentru elemente constructive (grinzi, curți interioare, ferestre sau planuri de acoperiş) reprezintă o formă directă de aplicare a matematicii în arhitectură, ca de exemplu: o fereastră cu raportul ideal între înălțime și lățime asigură iluminare maximă cu suprafață minimă de pierdere termică; o curte interioară de formă optimă maximizează lumina naturală și ventilația, păstrând o proporție echilibrată între suprafață și volum; o grindă dimensionată optim atinge rezistența dorită cu consum minim de material; în toate aceste situații, constrângerile (materiale, spațiale, estetice, economice) joacă un rol decisiv: ele definesc limitele în interiorul cărora soluția optimă este căutată; analiza acestor condiții îi ajută pe elevi să înțeleagă că optimizarea nu oferă o „formulă unică", ci o strategie de echilibru între factori multipli.

Programare liniară (abordare intuitivă)

- **programarea liniară** este o metodă matematică de optimizare a unei funcții, atunci când atât *funcția obiectiv* (ce dorim să maximizăm sau minimizăm), cât și *condițiile impuse* sunt descrise prin relații liniare; aceasta reprezintă un instrument eficient pentru luarea de decizii raționale în situații cu resurse limitate, un context esențial pentru arhitectură, unde fiecare proiect implică un echilibru între cost, material, spațiu și funcționalitate;
- matematic, baza o reprezintă formularea problemei de programare liniară cu două variabile, cu evidențierea funcției obiectiv, $Z = a_1x + a_2y$ (mărimea de optimizat – cost total, arie utilă, volum obținut) și a restricțiilor (constrângerilor/limitelor – materiale, geometrice sau economice) înțelese ca sistem de tipul $\begin{cases} b_{11}x + b_{12}y \le c_1 \\ b_{21}x + b_{22}y \le c_2 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{cases}$, unde coeficienții a_1, a_2 și b_{ij}, cu $i, j \in \{1, 2\}$ reprezintă ponderi ale variabilelor x și y; exemplu în contextul specializării: un arhitect dorește să proiecteze o fațadă care combină două tipuri de panouri (A și B); considerând variabilele x – număr de panouri de tip A, respectiv y – număr de panouri de tip B, se urmărește *maximizarea suprafeței* vitrate (fațadei) $Z = 4x + 6y$, respectând *limitele de material* și *de greutate* descrise prin relațiile $2x + 3y \le 18$, respectiv $x + y \le 8$, subînțelegându-se domeniul pozitiv al variabilelor;
- se va pune accentul pe reprezentarea grafică a **regiunii de fezabilitate**, în raport cu un sistem cartezian de axe, xOy, în care fiecare restricție definește un semiplan, iar intersecția tuturor acestor semiplane formează regiunea de fezabilitate, înțeleasă ca mulțimea tuturor soluțiilor posibile care respectă condițiile impuse; orice punct din interiorul sau de pe marginea acestei regiuni reprezintă o combinație posibilă de valori (x, y) pentru numărul de panouri, iar punctele din afara ei sunt neadmisibile (deoarece contravin la cel puțin o restricție); prin trasarea *liniilor de nivel* ale funcției obiectiv $Z = a_1x + a_2y$, care sunt paralele între ele, și prin deplasarea lor în direcția creșterii lui Z se determină punctul optim, (x^*, y^*), ca punct extrem de contact cu regiunea de fezabilitate; matematic, dacă există o soluție optimă, ea se află într-unul dintre vârfurile (intersecțiile) regiunii de fezabilitate; aceasta permite o abordare intuitivă: elevii pot determina grafic soluția optimă fără a folosi algoritmi complecși, ci doar prin raționament vizual;
- din punct de vedere al **interpretării soluției** în termeni arhitecturali, odată identificat punctul optim (x^*, y^*), elevii pot interpreta rezultatul în termeni concreți: x^* și y^* devin *cantitățile optime* (de resurse, materiale sau elemente constructive); valoarea $Z^* = a_1x^* + a_2y^*$ exprimă *eficiența maximă* (de exemplu, suprafața vitrată maximă, volumul optim, costul minim etc.);

poziția punctului optim arată care constrângeri devin active, adică limitele reale care determină echilibrul soluției; astfel, elevii înțeleg că **optimizarea în arhitectură** este un proces rațional de gestionare a resurselor în raport cu un scop clar definit;
- prin activități grafice și aplicații interactive (GeoGebra, Desmos, posibil și prin aplicații Python simple), se poate vizualiza cum modificarea unei restricții sau a unei ponderi modifică soluția optimă.

Optimizare și decizie strategică – introducere în teoria jocurilor
- **teoria jocurilor**, ca domeniu matematic care studiază deciziile interdependente, înțelese ca situații în care rezultatul pentru fiecare participant depinde nu doar de propria alegere, ci și de alegerile celorlalți, are corespondență în arhitectură și planificare urbană; astfel de situații apar frecvent: arhitectul, autoritățile, investitorul și comunitatea trebuie să decidă împreună, având obiective parțial diferite, dar interconectate; teoria jocurilor oferă un cadru formal pentru a descrie și analiza aceste interacțiuni, prin noțiuni precise precum: *jucătorii* – entitățile care iau decizii, indivizi (arhitectul, clientul) sau instituții (primăria, investitorul, comunitatea); *strategiile* – opțiunile disponibile fiecărui jucător ca, de exemplu, alegerea tipului de material, a amplasării unei clădiri, a modului de utilizare a spațiului; *câștigurile* – rezultatele măsurabile ale combinației de decizii (costuri, beneficii, grad de satisfacție, eficiență sau armonie estetică); matematic, un joc cu doi jucători A și B care au fiecare câte două strategii $A_1,\ A_2$, respectiv $B_1,\ B_2$, poate fi reprezentat prin *matricele de câștiguri*, $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, respectiv $B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$, unde fiecare element $a_{ij} = f_A\left(A_i, B_j\right)$ arată câștigul jucătorului A atunci când acesta alege strategia i, iar jucătorul B alege strategia j, iar f_A definește funcția de câștig a lui A, respectiv fiecare element $b_{ij} = f_B\left(A_i, B_j\right)$ arată câștigul jucătorului B atunci când acesta alege strategia j, iar jucătorul A alege strategia i, iar f_B definește funcția de câștig a lui B, unde $i, j \in \{1, 2\}$; dacă jocul este cu *sumă nulă*, atunci ceea ce câștigă unul, pierde celălalt (de exemplu, un proiect în care bugetul e fix), matematic fiind în situația în care $a_{ij} + b_{ij} = 0$, oricare ar fi $i, j \in \{1, 2\}$, deci avem relația matriceală $B = -A$; dacă jocul este cu *sumă nenulă*, ambele părți pot câștiga sau pierde simultan, acesta corespunzând cazului realist al colaborării în proiectare, matematic fiind în situația $a_{ij} + b_{ij} \neq 0$, pentru cel puțin o pereche (i, j), cu observația că dacă suma este pozitivă, atunci ambii jucători sunt în câștig, iar dacă este negativă, atunci ambii jucători pierd (în condițiile opțiunii pentru strategiile i și j);
- un concept-cheie al teoriei jocurilor este **echilibrul Nash** care reprezintă o situație în care niciun jucător nu are de câștigat prin schimbarea unilaterală a strategiei sale, presupunând că ceilalți își păstrează strategiile; este o formă de stabilitate a deciziei: fiecare alege cea mai bună opțiune posibilă în raport cu alegerile celorlalți; matematic, echilibrul Nash este punctul $\left(x^*, y^*\right)$ dintr-un sistem de strategii în care *funcțiile de câștig* pentru fiecare dintre jucători îndeplinesc condițiile $f_A\left(x^*, y^*\right) \geq f_A\left(x, y^*\right)$ și $f_B\left(x^*, y^*\right) \geq f_B\left(x^*, y\right)$ pentru toate valorile posibile ale strategiilor x (ce corespund jucătorului A) și y (ce corespund jucătorului B); exemplu intuitiv: arhitectul (jucătorul A) proiectează o fațadă complet vitrată pentru lumină naturală maximă; investitorul (jucătorul B) vrea costuri minime și eficiență energetică ridicată; dacă se alege o soluție cu vitraj parțial și protecții solare integrate, niciunul dintre actori nu ar îmbunătăți situația printr-o schimbare unilaterală — aceasta este o formă de echilibru Nash în sens arhitectural;
- **jocurile non-cooperative** se caracterizează prin faptul că fiecare participant acționează individual, încercând să își maximizeze propriul câștig, reprezentând un model potrivit pentru

analiza negocierilor economice sau a competitivității între birouri de arhitectură; **jocurile cooperative** sunt cele în care jucătorii pot forma alianțe pentru a obține un rezultat comun mai bun decât cel individual; acestea descriu situații frecvente în arhitectura contemporană: colaborarea între arhitecți, ingineri, urbaniști și comunitate pentru optimizarea unui proiect; situațiile competitive sau colaborative pot fi explorate prin *simulări și scenarii de decizie*: negocierea amplasamentului unei clădiri între autorități (reglementări) și investitor (rentabilitate); alegerea compromisului între estetică (arhitect) și cost (constructor); planificarea urbană participativă între comunitate, primărie și dezvoltator; elevii pot fi orientați să modeleze aceste scenarii într-un mod simplificat, construind tabele de câștiguri și analizând cum se modifică echilibrul atunci când un actor (jucător) devine mai cooperant sau mai restrictiv; în acest fel, elevii înțeleg că matematica deciziei strategice este o formă de gândire sistemică: nu oferă răspunsuri absolute, ci analizează relațiile dintre decizii interdependente.

- exemplu de studiu de caz pentru simularea unei decizii strategice arhitect–investitor, cu scopul de înțelegere a unui joc cu sumă nenulă și identificarea echilibrului Nash: un arhitect (A) și un investitor (B) colaborează la proiectul unei clădiri de birouri; fiecare are două opțiuni (strategii): arhitectul propune o soluție de calitate superioară, cu lumină naturală și materiale eficiente energetic (strategia A_1), respectiv o soluție minimală, fără inovații, cu costuri reduse (strategia A_2); investitorul susține calitatea, acceptând o investiție inițială mai mare, dar cu beneficii pe termen lung (strategia B_1), respectiv reduce bugetul strict, orientându-se spre costuri imediate minime (strategia B_2); fiecare pereche de strategii $\left(A_i, B_j\right)$ generează un rezultat exprimat printr-un **scor de satisfacție** (unități convenționale), rezultând matricele de câștig $A=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, respectiv $B=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde valoarea 3 indică un rezultat foarte favorabil, iar valoarea 0 un rezultat nefavorabil; valorile din aceeași poziție în cadrul matricelor reprezintă câștigul arhitectului și al investitorului pentru combinația respectivă de decizii; apar următoarele situații: dacă investitorul alege B_1, arhitectul preferă A_1 (valoare 3) față de A_2 (valoare mai mică, 2); dacă investitorul alege B_2, arhitectul preferă A_2 (valoare 1) față de A_1 (valoare mai mică, 0); dacă arhitectul alege A_1, investitorul preferă B_1 (valoare 3) față de B_2 (valoare mai mică, 2); dacă arhitectul alege A_2, investitorul preferă B_2 (valoare 1) față de B_1 (valoare mai mică, 0); în concluzie, există două intersecții ale răspunsurilor raționale (echilibre Nash): $\left(A_1, B_1\right) \to (3,3)$, pentru care ambii jucători câștigă mult → *echilibru de cooperare (win–win)*; $\left(A_2, B_2\right) \to (1,1)$ → amândoi pierd din valoare, dar niciunul nu are interes să schimbe unilateral → *echilibru conservator (suboptimal)*; ca interpretare în context, acest tip de joc descrie perfect tensiunea dintre calitate și cost în proiectarea reală: dacă ambele părți cooperează, $\left(A_1, B_1\right)$ este rezultatul optim (clădirea e eficientă, durabilă și estetică, iar investiția se amortizează în timp); dacă ambii aleg strategii defensive $\left(A_2, B_2\right)$, proiectul se realizează, dar la un nivel inferior de calitate și valoare.

Modelare și simulare a proceselor de alegere în arhitectură

- în proiectarea arhitecturală și în planificarea urbană, decizia nu aparține unui singur actor și intervin mai multe **interese și constrângeri** (funcționale, estetice, economice, ecologice sau sociale) care trebuie echilibrate; matematica oferă un cadru riguros pentru a simula aceste alegeri, iar conceptele de *matrice de plată, strategie optimă* și *echilibru cooperativ* devin instrumente de înțelegere și negociere rațională;
- elevii pot fi puși în situația de a analiza un **scenariu urbanistic simplificat**: amplasarea unui complex locativ, planificarea unei piețe publice, reorganizarea unei zone verzi etc.; actorii principali pot fi: arhitectul (interes estetic și funcțional), autoritatea locală (interes social și

ecologic), investitorul (interes economic); fiecare actor dispune de **strategii posibile**, iar combinațiile acestora determină rezultate diferite; de exemplu: dacă arhitectul optimizează spațiul verde, dar investitorul reduce suprafața construită, se obține o soluție echilibrată; dacă amândoi urmăresc doar maximizarea propriei reușite, apar pierderi colective (zgomot vizual, densitate excesivă, calitate urbană scăzută); prin acest tip de analiză, elevii înțeleg că decizia arhitecturală este un proces de optimizare multi-criterială: nu există un singur răspuns corect, ci un spațiu de compromisuri posibile, pe care matematica îl ajută să fie transparent și justificabil;

- **matricea de plată** este instrumentul matematic care organizează rezultatele tuturor combinațiilor de decizii; ca organizare tabelară, fiecare celulă conține valori numerice care exprimă gradul de satisfacție al actorilor (de exemplu: cost, eficiență, calitate, sustenabilitate); elevii pot lucra pe dimensiuni reduse (2×2 sau 3×3), atribuind scoruri convenționale fiecărei strategii; prin reprezentare grafică (puncte în planul coordonatelor câștigurilor), pot vizualiza strategiile dominante (care oferă mereu rezultate mai bune indiferent de adversar), strategiile de echilibru (unde niciun actor nu are interes să schimbe decizia), precum și regiunile „pareto-optime”, unde niciun jucător nu poate fi avantajat fără ca celălalt să fie dezavantajat; astfel, „matricea de plată” devine o reprezentare (hartă) a opțiunilor raționale, iar analiza grafică îi ajută pe elevi să vadă cum cooperarea mută echilibrul către rezultate superioare pentru toți;
- un pas important în formarea gândirii arhitecturale este recunoașterea faptului că cele mai bune soluții nu provin din competiție pură, ci din colaborare strategică; jocurile de tip „câștig-câștig” (sumă nenulă, implicând colaborare) oferă un model matematic al acestei idei: ambele părți pot câștiga dacă aleg strategiile potrivite și colaborează; exemple potrivite pentru activitate: alegerea orientării unei clădiri pentru a reduce consumul energetic (beneficiu comun: costuri mai mici și confort sporit); planificarea unui spațiu public care îmbină interesul comunității cu cel economic (creșterea valorii generale a zonei); conceperea unui ansamblu modular în care materialele și structurile sunt optimizate atât pentru estetică, cât și pentru sustenabilitate; elevii pot simula aceste procese în echipă, atribuind roluri diferite și negociind strategiile pe baza unei matrice de plată.

3. Valorificarea exemplelor de activități de învățare (EAI)

În asociere cu fiecare competență specifică, primul exemplu de activitate de învățare se adresează direct învățării matematice și urmărește clarificarea conceptelor și a relațiilor formale, reprezentând nucleul disciplinar al programei. Profesorul de matematică are asigurat contextul de abordare a matematicii cu aceleași standarde de rigoare ca în matematica generală, dar cu ancore în observații vizuale și în exemple legate de formă, spațiu și proporție.

Strategii recomandate

- *contextualizarea numerică a figurilor* – profesorul pornește de la o imagine (fațadă, scară, coloană) și extrage date măsurabile (lungimi, înălțimi, unghiuri, rapoarte); acestea devin „problema matematică” propriu-zisă; *exemplu:* elevii măsoară în fotografie raportul între înălțimea și lățimea unei ferestre, apoi verifică dacă se apropie de secțiunea de aur;
- *reformularea problemelor clasice în termeni de formă* – se pot folosi aceleași exerciții de proporționalitate, vectori sau funcții, dar prezentate în contexte vizuale; *exemplu:* „Într-o fațadă, raportul dintre lungimea și înălțimea unui panou trebuie menținut constant când acesta este redimensionat. Determinați noile dimensiuni pentru un panou cu aria dublă.”. Elevul aplică regula de trei simplă, dar simte legătura cu „păstrarea proporțiilor”;
- *analiza grafică a relațiilor matematice* – pentru a nu se transforma într-un curs de desen, accentul trebuie pus pe coerența matematică a schiței: cum se exprimă o relație, nu cât de frumos este desenul; *exemplu:* reprezentarea vectorilor de poziție și a unghiului dintre ei pe o grilă simplă; analiza numerică a produsului scalar care reflectă unghiul dintre două direcții de fațadă;

- *corelarea reprezentării geometrice cu cea algebrică* – profesorul poate propune exerciții de transcriere: din desen, în ecuație; din tabel de valori, în grafic; din schemă, în expresie numerică; *exemplu:* transformarea unei simetrii axiale într-o relație de coordonate $(x,y)\to(-x,y)$;
- *comparația între modele matematice* – pentru a încuraja reflecția, elevii pot compara două tipuri de transformări sau două funcții diferite care modelează același fenomen vizual; *exemplu:* cum se modifică efectul vizual al unei fațade dacă aplicăm o scalare uniformă versus una pe o singură direcție?
- *conexiunea între calcule și interpretare* – profesorul insistă ca fiecare rezultat numeric să fie însoțit de o scurtă explicație: *„Ce înseamnă această valoare pentru formă, pentru unghi, pentru proporție?”*.
-

Exemple de adaptare concretă după domenii și temele anuale

Clasa	Concepte matematice	Modalități de valorificare în cheie arhitecturală
a IX-a	Proporții, rapoarte, asemănare	Exercițiile de proporționalitate se pot ancora în exemple de *ferestre, arcade, coloane sau frontoane*; în compararea secțiunii de aur cu alte rapoarte din arhitectură; în reprezantarea vizuală a proporțiilor. Pentru crearea unor scenarii legate de calculul lungimilor, ariilor, volumelor se recomandă utilizarea unor elemente din arhitectură și design. Din punct de vedere matematic se recomandă pentru calcul: **Lungimi –** Se pot măsura sau calcula dimensiuni precum: laturi ale unor poligoane; raze și diametre ale cercurilor; perimetre ale unor figuri compuse; perimetre ale unor modele geometrice desenate. **Arii –** Se pot calcula suprafețe pentru: dreptunghiuri, pătrate, triunghiuri, cercuri; forme compuse din două sau mai multe figuri simple; modele plane care permit împărțirea în forme elementare. **Volume –** Se pot calcula volume pentru: prisme, piramide, cilindri, conuri și sfere; corpuri geometrice compuse prin unirea sau suprapunerea unor volume simple; situații în care volumul total se obține prin adăugare sau scădere.
a X-a	Vectori, produs scalar, matrice 2×2	Reprezentarea vectorilor direcție pentru orientarea fațadei; calculul unghiului dintre două direcții; aplicarea unei matrice de rotație la un punct sau un modul; transpunerea transformării în schiță
a XI-a	Transformări geometrice, simetrii, compuneri	Trasarea figurilor transformate (rotație, translație, simetrie) și evidențierea proprietăților păstrate; verificarea numerică a coordonatelor transformate; compunerea rotațiilor și interpretarea lor vizuală
a XII-a	Funcții, optimizare, sisteme liniare simple	Reprezentarea grafică a funcției cost–dimensiune; identificarea punctului optim (minim sau maxim); interpretarea vizuală a soluției ca „dimensiune echilibrată” a unei componente arhitecturale.

În contextul acestui tip de activități, rolul profesorului de matematică constă în:
- a se menține în zona matematicii, dar și de a „traduce” problemele în limbaj vizual sau aplicativ;
- a încuraja explicațiile matematice pentru fenomene estetice observate (de ce ceva „arată echilibrat” → raportul e constant, unghiurile sunt egale, forma e simetrică);
- a folosi vizualul ca suport de raționament, nu ca scop artistic;
- a verifica raționamentul, nu doar rezultatul — un elev care poate explica de ce un raport este constant, chiar dacă desenul e imperfect, a atins scopul formativ.

Al doilea exemplu de activitate de învățare asociat fiecărei competențe specifice are rolul de a ancora noțiunile matematice în exemple vizuale sau structurale relevante pentru domeniul arhitecturii. Astfel, nu se cere profesorului să evalueze desenul, estetica sau precizia tehnică a unei machete, ci să *ghideze elevul în recunoașterea, măsurarea și explicarea matematică* a fenomenelor vizuale. Aceste activități nu înlocuiesc exercițiul matematic tradițional, ci îl *completează cu o dimensiune aplicativă și reflexivă*, în care elevul descoperă că relațiile numerice și geometrice descriu ordinea și echilibrul formelor arhitecturale.

Abordarea de către profesorul constă în:

- *selectarea contextului* – profesorul pornește de la un exemplu accesibil și vizual:
    - o fotografie a unei clădiri locale, o imagine din manualul de desen, un detaliu arhitectural (scară, fereastră, portic);
    - sau o imagine abstractă (pattern repetitiv, structură geometrică regulată); se recomandă alegerea unor exemple *simple, simetrice, clare geometric* – nu fațade complexe sau planuri tehnice;
- *formularea sarcinii matematice* – din imagine se extrage o întrebare matematică precisă:
    - „Ce raport există între înălțime și lățime?”
    - „Cum se poate verifica dacă aceste două forme sunt asemănătoare?”
    - „Care este vectorul de translație care deplasează un modul față de altul?”
    - „Ce matrice ar exprima rotația repetitivă a acestui element?”
- *activarea instrumentelor cunoscute* – elevul folosește noțiuni studiate anterior: rapoarte, coordonate, funcții, fără a avea nevoie de cunoștințe de arhitectură; profesorul îl ajută să formuleze relația matematică, nu să „proiecteze”;
- *folosirea limbajului vizual pentru argumentare* – elevul explică în desen, schemă sau descriere verbală ce exprimă rezultatul numeric:
    - „Raportul de $1,6$ între aceste dimensiuni sugerează o proporție apropiată de secțiunea de aur”;
    - „Unghiul cu măsura de 45° între direcțiile panourilor se poate calcula prin produs scalar”.
- *generalizarea rezultatelor* – după analizarea unui exemplu concret, se discută *principiul matematic general*: proporționalitate, simetrie, auto-similitudine, optimizare; această trecere de la exemplu la regulă este esența învățării reflexive.

Exemple de valorificare pe ani de studiu

Clasa	Tema arhitecturală posibilă	Activitate matematică asociată	Rezultat vizual/matematic
IX	Fațade clasice, vitralii, arcade	Măsurarea proporțiilor; verificarea asemănării; reprezentarea grafică a secțiunii de aur	Identificarea proporțiilor constante și explicarea lor numerică
X	Panouri modulare, orientare fațadă	Calculul vectorilor direcție; produs scalar; compunerea transformărilor prin matrice	Redarea direcțiilor și unghiurilor; model simplu al rotației unui modul
XI	Simetrii, pavaje, repetiții decorative	Aplicarea transformărilor geometrice; analiza păstrării distanțelor; reprezentarea fractalilor simpli	Identificarea tipului de simetrie și regularității geometrice
XII	Structuri eficiente, suprafețe vitrate, iluminare	Formularea funcției cost–beneficiu; analiză grafică a optimului; discuția deciziilor responsabile	Determinarea soluției optime prin raționament matematic

Rolul profesorului în lucrul cu aceste activități

- *pune accent pe limbajul matematic*, chiar și atunci când activitatea pornește de la un desen; nu evaluează desenul, ci relațiile exprimate; *elevul trebuie să arate „de ce" un raport, o unghi, o scalare este corectă – nu „cât de frumos" arată forma*
- *folosește exemple vizuale pentru a declanșa raționamente*, nu pentru a face artă; dacă elevii au cunoștințe din alte discipline (desen, arhitectură), acestea pot fi valorificate prin colaborare, dar fără schimbarea obiectivelor matematice
- *încurajează dialogul interdisciplinar*, dar menține centrul lecției pe matematică; de exemplu, o problemă despre proporții poate fi discutată împreună cu profesorul de desen, dar evaluarea rămâne pe corectitudinea raționamentului matematic
- *acceptă multiple forme de exprimare*, dacă acestea arată înțelegerea matematică: desen explicativ, tabel, ecuație, prezentare scurtă; în arhitectură, raționamentul vizual și cel numeric se completează

Exemple de sarcini de lucru pentru elevi

- „Alegeți o imagine arhitecturală simplă (clădire istorică, școală, biserică). Măsurați raportul dintre lățimea și înălțimea unei ferestre și verificați dacă este apropiat de $1,6$. Explicați semnificația matematică a acestei valori." (*scop: consolidarea noțiunii de proporționalitate numerică*)
- „Desenați o formă simplă (dreptunghi sau triunghi) și aplicați o rotație de 90° în jurul unui punct dat. Notați coordonatele înainte și după transformare." (*scop: exersarea rotațiilor și lucru efectiv cu coordonate*)
- „Scrieți matricea care realizează o scalare de $1,2$ pe direcția Ox și $0,8$ pe Oy. Aplicați-o unui punct dat. Ce observați în desen?" (*scop: întărirea legăturilor directe între algebră și geometrie*)
- „Comparați două configurații de ferestre: una simetrică și una asimetrică. Măsurați și discutați în ce măsură echilibrul vizual se reflectă matematic în rapoartele dintre dimensiuni." (*scop: aplicarea conceptului de simetrie și echilibru proporțional*)

Beneficiul pedagogic al acestor activități

- îi ajută pe elevi să înțeleagă *de ce* matematica este relevantă pentru formele din jurul lor;
- întăresc motivația pentru învățare prin legarea cunoașterii abstracte de realitate vizuală;
- îi ajută pe elevi să-și dezvolte *limbajul de argumentare matematică* – explică, justifică, compară;
- oferă profesorului de matematică o platformă de predare interdisciplinară naturală, fără a fi nevoie de cunoștințe tehnice suplimentare.

4. Elemente privind evaluarea

Evaluarea în cadrul disciplinei *Matematică aplicată în arhitectură* are un caracter preponderent *formativ*, vizând în primul rând capacitatea elevilor de a *interpreta, argumenta și aplica concepte matematice* în contexte arhitecturale și vizuale. Accentul se deplasează spre *analiza rațională, justificarea deciziilor și reprezentarea vizuală coerentă a rezultatelor*.

Instrumentele de evaluare includ:

- *observarea sistematică* a activității elevilor în timpul explorărilor grafice, calculelor aplicate și discuțiilor de grup;
- *teste și portofolii tematice*, centrate pe probleme de proporționalitate, vectori, transformări geometrice, optimizare și decizie;
- *mini-proiectul anual*, care constituie o componentă integratoare esențială, oferind elevilor posibilitatea de a demonstra în mod creativ înțelegerea relației dintre matematică, formă, proporție și funcționalitate în arhitectură.

Mini-proiectul aplicativ

Mini-proiectul este o formă de evaluare alternativă, cu rol de sinteză și reflecție. El poate lua forma:

- unei *analize a reprezentărilor grafice* a proporțiilor unei construcții reale sau imaginare;
- unui *studiu comparativ* între diferite sisteme de proporționare (raport de aur, raport de argint, module, fractali);
- unei *simulări de decizie* (de exemplu, alegerea unei soluții optime pentru o fațadă, un spațiu sau o structură modulară).

Criteriile de apreciere includ:

- *coerența* raționamentului matematic;
- *relevanța* vizuală a reprezentării;
- *capacitatea de argumentare*;
- *integrarea instrumentelor digitale* simple (GeoGebra, aplicații 3D elementare).

Elevul este încurajat să utilizeze limbajul matematic în mod vizual, explicativ și reflexiv, iar profesorul valorizează întreg procesul, nu doar produsul final.

Recomandări de teme și direcții de dezvoltare pentru mini-proiecte

Clasa a IX-a: observare, descriere, proporție → *armonie și rațiune geometrică*
Scop**:** dezvoltarea capacității de a recunoaște, descrie și justifica matematic proporțiile și relațiile armonice în forme arhitecturale sau naturale.
Clasa a X-a: mișcare, orientare, simetrie → *relații vectoriale și matriceale*
Scop: aplicarea conceptelor de vector, matrice și transformare geometrică la descrierea și orientarea elementelor arhitecturale.
Clasa a XI-a: transformare, repetiție, creștere → *auto-similaritate și fractali*
Scop: explorarea conceptului de transformare ca proces de generare a formelor și înțelegerea auto-similarității în modele geometrice.
Clasa a XII-a: alegere, echilibru, decizie → *optimizare și cooperare rațională*
Scop: utilizarea conceptelor de optimizare și teorie a jocurilor pentru a analiza procese decizionale și scenarii de proiectare colaborativă.

Clasa a IX-a – *Proporții, armonii și geometrie vizuală*

Posibile direcții de dezvoltare a proiectelor:

- „Numărul de aur în arhitectura cotidiană” – analiza proporției de aur în clădiri reale (fațade, ferestre, scări), realizarea de schițe și calcule comparative;
- „De la natură la formă” – studiu al șirului lui Fibonacci și al proporțiilor organice în plante, cochilii, structuri naturale și transpunerea lor în compoziții geometrice;
- „Armonia geometrică” – reconstituirea proporțiilor dintr-un templu, biserică sau monument arhitectural (real sau virtual) pe baza măsurătorilor fotografice;
- „Proporționalitate și ritm vizual” – analiza raporturilor dintre goluri și plinuri într-o fațadă istorică sau modernă, folosind instrumente digitale simple (GeoGebra, Sketchpad).

Produse finale: afiș grafic cu analize, poster comparativ, eseu vizual explicativ sau model fizic din carton / imprimare 3D.

Clasa a X-a – *Vectori, direcții, transformări*

Posibile direcții de dezvoltare a proiectelor:

- „Vectori în spațiul construit” – reprezentarea vectorială a direcțiilor principale ale unei clădiri (fațade, acoperișuri, axe de compoziție);
- „Transformări și simetrii” – analiză grafică a transformărilor (rotație, translație, reflexie) aplicate asupra unor motive arhitecturale decorative;

- „Matricea formelor” – utilizarea unei matrice simple pentru a descrie relațiile între module repetate într-un pattern decorativ sau structural;
- „Geometria din spatele ritmului” – construirea digitală sau manuală a unei compoziții geometrice bazate pe transformări succesive (în GeoGebra, Canva, Blender basic).

Produse finale: fișier digital interactiv, planșă A3 explicativă, micro-prezentare cu demonstrație vizuală a transformărilor.

Clasa a XI-a – *Transformări complexe și fractali în arhitectură*

Posibile direcții de dezvoltare a proiectelor:
- „Fractali în arhitectură și natură” – construcția unui fractal clasic (triunghiul Sierpinski, feriga Barnsley, fulgul lui Koch) și analiza modului în care principiul se regăsește în forme arhitecturale (acoperișuri, fațade, structuri modulare);
- „De la geometrie la expresie” – simularea transformărilor afine și similare asupra unei forme de bază (pavilion, fereastră, cupolă) pentru studierea efectului proporțiilor;
- „Matricea transformărilor” – realizarea unui model vizual care să arate cum translația, rotația și scalarea pot fi descrise prin matrice (compararea formelor inițiale și finale);
- „Armonii recursive” – compoziție grafică bazată pe reguli iterative, pentru a evidenția relația dintre repetiție, scară și coerență vizuală.

Produse finale: poster explicativ, portofoliu digital, model iterativ 2D/3D sau animație scurtă.

Clasa a XII-a – *Optimizare, decizie și modelare strategică*

Posibile direcții de dezvoltare a proiectelor:
- „Optimizarea spațiului și a resurselor” – aplicarea funcțiilor de gradul I și II pentru determinarea dimensiunilor optime ale unui spațiu (curte, fereastră, sală);
- „Jocuri de decizie în arhitectură” – construire de matrice de plată pentru un scenariu realist (arhitect–investitor, autoritate–comunitate) și identificarea echilibrului Nash;
- „Proiecte câștig–câștig” – simularea unei situații de planificare urbană cu multiple interese (ecologic, economic, estetic) și propunerea unei soluții cooperative;
- „Matematica alegerii” – studiu comparativ între două scenarii de optimizare (de exemplu, maximizarea luminii naturale vs. minimizarea costului energetic).

Produse finale: raport analitic cu argumentare numerică și vizuală, prezentare PowerPoint/Canva, poster sintetic cu scenarii și concluzii.

5. Abordări diferențiate

Programa școlară este caracterizată de *flexibilitate curriculară* care permite adaptarea ritmului și profunzimii învățării în funcție de caracteristicile clasei și interesele de învățare. Profesorul poate accentua sau dezvolta teme și tipuri de activități în funcție de nivelul cognitiv și de stilul de învățare al grupului. Astfel:
- pentru elevii cu înclinație artistică: accent pe *vizualizare, desen geometric și relația estetică dintre formă și proporție*;
- pentru elevii orientați spre matematică și științe: accent pe *modelare numerică, formalizare și raționament logic*;
- pentru toți elevii: *încurajarea exprimării reflexive, a cooperării și a argumentării proprii*.

Activitățile de grup, proiectele în perechi și discuțiile ghidate facilitează învățarea prin descoperire și colaborare, asigurând includerea activă a tuturor elevilor.

6. Recomandări pentru adresabilitatea programei către elevi cu cerințe educaționale speciale (CES)

În cazul elevilor cu CES, accentul se mută de la performanță formală către *accesibilitate și progres individual*. Profesorul are libertatea de a adapta:

- *volumul și complexitatea sarcinilor* (reducerea numărului de cerințe, utilizarea reprezentărilor vizuale sau tactile);
- *modalitatea de prezentare* (sprijin vizual, explicații pas cu pas, materiale multisenzoriale);
- *instrumentele de evaluare* (portofoliu personalizat, conversație dirijată, prezentare orală în locul redactării scrise).

Se recomandă utilizarea *tehnologiilor simple* (tablete grafice, aplicații vizuale interactive) pentru facilitarea înțelegerii relațiilor geometrice și proporționale.

Obiectivul principal este dezvoltarea încrederii în sine și a capacității de *a observa, compara și exprima* relații spațiale, chiar și atunci când calculele abstracte sunt simplificate.

În evaluarea elevilor cu CES se valorizează *efortul, progresul personal și implicarea*, mai mult decât acuratețea formală.

GRUP DE LUCRU

Nume și prenume	Funcție/Titlu științific	Instituție de apartenență, localitate, județ
...(13)	...(13)	...(14)
VRÎNCEANU GABRIEL-NARCIS	Șef Serviciu	Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare
NAGHI ELISABETA ANA	Inspector	Ministerul Educației și Cercetării
DAN STELUȚA	Consilier	Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare
PAULIUC LĂCRĂMIOARA-ANA	Consilier	Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare
BALAJTI ROBERT	Arhitect, Profesor de arhitectură asociat	Liceul de Arte, Oradea
DOBRICĂ-VĂSI LAVINIA-ELENA	Profesor de matematică, Grad didactic I	Colegiul Tehnic de Arhitectură și Lucrări Publice „I. N. Socolescu”, București
DRĂCEA VIORICA JENI	Profesor de matematică, Grad didactic I	Liceul de Artă „Gheorghe Tattarescu”, Focșani
ENACHE ANDREEA	Profesor de arhitectură, Grad didactic II	Colegiul Tehnic de Arhitectură și Lucrări Publice „I. N. Socolescu”, București
IONESCU BOGDAN COSTIN	Profesor de arhitectură, Grad didactic II	Colegiul Tehnic de Arhitectură și Lucrări Publice „I. N. Socolescu”, București
FĂGĂRĂȘAN CORNELIU	Arhitect, Șef catedră specializarea arhitectură, profesor de arhitectură, Definitivat	Liceul de Arte „Corneliu Baba”, Bistrița
LEU ALEXANDRU	Profesor de arhitectură, Grad didactic II	Colegiul de Artă „Carmen Sylva”, Ploiești
POP BENOVSZKY ESZTER MAGDA	Arhitect, Profesor de arhitectură asociat	Liceul de Arte „Aurel Popp”, Satu Mare
RĂDUCAN EMILIA ȘTEFANIA	Profesor de matematică, Grad didactic I	Colegiul Național „Traian”, Drobeta Turnu Severin
SEVAN IOANA	Profesor de arhitectură, Definitivat	Colegiul de Artă „Ciprian Porumbescu”, Suceava
VITCU ANCA GABRIELA	Conf. univ. / dr. matematică	Universitatea de Arhitectură și Urbanism „Ion Mincu”, București

RESPONSABILI/COORDONATORI ȘTIINȚIFICI(15)

Nume și prenume	Funcție/Titlu științific	Instituție de apartenență	Calitate
VRÎNCEANU GABRIEL-NARCIS	Șef Serviciu	Ministerul Educației și Cercetării	Responsabil Ministerul Educației și Cercetării
NAGHI ELISABETA ANA	Inspector	Ministerul Educației și Cercetării	Responsabil Ministerul Educației

			și Cercetării
DAN STELUȚA	Consilier	Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare - Matematică	Responsabil CNCE - Matematică
PAULIUC LĂCRĂMIOARA-ANA	Consilier	Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare - Arte	Responsabil CNCE – Matematică - Arte
VITCU ANCA GABRIELA	Conf. univ. / dr. matematică	Universitatea de Arhitectură și Urbanism „Ion Mincu”, București	Coordonator științific